HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Statistische Physik, WS 2014/15

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: B. Sonnenschein, Dr. A. Straube
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2014/15: StatPhys)

Übungsblatt 6: Mikro-, groß- und kanonisches Ensemble

Ausgabe: 14.11.2014 Abgabe: bis zum Fr, 21.11. (Schubfach vor Raum NEW 15, 3'411)

---

1. Aufgabe (5 Punkte) Harmonische Oszillatoren im mikrokanonischen Ensemble

Betrachten Sie ein System von N klassischen *unterscheidbaren* harmonischen Oszillatoren mit der Masse m und der Frequenz ω im *mikrokanonischen* Ensemble. Zeigen Sie, dass für die Entropie gilt

$$S = Nk_B \left[1 + \ln\left(\frac{E}{N\hbar\omega}\right)\right].$$

Berechnen Sie die thermodynamischen Eigenschaften: die kalorische Zustandsgleichung, das chemische Potential, die Wärmekapazität.

2. Aufgabe (5 Punkte) Klassisches ideales Gittergas

Betrachten Sie N_1 Teilchen auf N Gitterplätzen ($N = N_1 + N_2$). Nehmen Sie an, dass ein Gitterplatz von nur einem Teilchen besetzt werden kann. Die Teilchen haben die Energie E_A auf N_1 Gitterplätzen und die Energie E_B auf den anderen N_2 Gitterplätzen. Betrachten Sie den Fall $N_1 < N_2$ und untersuchen Sie in beiden, mikrokanonischem und kanonischem Ensemble, die folgenden Situationen (bestimmen Sie dabei die Entropie, die Temperatur und die Beziehung zwischen den Besetzungzahlen, Temperatur und Energien E_A und E_B):

(a) Die Energien erfüllen die Bedingung $E_A < E_B$.

(b) Die Energien erfüllen die Bedingung $E_A > E_B$.

(c) Was geschieht bei einem kontinuierlichen Übergang von Fall (a) zu (b)?

3. Aufgabe (5 Punkte) Großkanonisches Ensemble

Es wird ein System mit variabler Teilchenzahl n betrachtet (das also im Teilchenaustausch mit der Umgebung steht). Die Energieniveaus des Systems hängen zusätzlich von der variablen Teilchenzahl n ab und sind durch $E_{i,n}$ gegeben. Leiten Sie aus der Extremaleigenschaft der Entropie mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{N} w_{i,n} = 1, \quad \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{N} w_{i,n}E_{i,n} = \langle E\rangle \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{N} w_{i,n}n = \langle N\rangle$$

das Großkanonische Ensemble her. Welche physikalischen Größen sind mit den Multiplikatoren verbunden?