



## Statistische Physik, WS 2014/15

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier

Übungen: B. Sonnenschein, Dr. A. Straube

URL: <http://people.physik.hu-berlin.de/~straube> (→ Teaching → WS 2014/15: StatPhys)

### Übungsblatt 9: Systeme in äußeren Feldern

Ausgabe: 05.12.2014

Abgabe: bis zum Fr 12.12. (Schubfach vor Raum NEW 15, 3'411)

---

#### 1. Aufgabe (6 Punkte) Idealer Paramagnet

Betrachten Sie ein einfaches Modell für den Paramagneten in einem äußeren magnetischen Feld, das aus  $N$  nicht-wechselwirkenden magnetischen Momenten besteht. Die magnetischen Momente können sich nur parallel oder antiparall zum Feld orientieren. Die Hamilton-Funktion ist durch  $\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^N \mu_i H$  gegeben, wobei  $\mu_i = \pm \mu$  und  $H$  das Magnetfeld ist. Berechnen Sie innere Energie, Entropie, Magnetisierung und magnetische Suszeptibilität

- (a) im mikrokanonischen Ensemble;
- (b) im kanonischen Ensemble.

Hinweis: Das Problem ist zur hängenden Kette analog.

#### 2. Aufgabe (5 Punkte) Dipolsystem in einem elektrischen Feld

Ein Ensemble von nicht wechselwirkenden, lokalisierten elektrischen Dipolen befindet sich im Wärmebad mit Temperatur  $T$  und in einem äußeren elektrischen Feld in  $z$ -Richtung,  $\mathbf{E} = E \mathbf{e}_z$ . Die potentielle Energie eines Dipols hängt von der Orientierung ab:  $-pE \cos \theta$ . Berechnen Sie die klassische Zustandssumme und zeigen Sie, dass die Polarisation in  $z$ -Richtung die Form  $P = Np \mathcal{L}(pE/k_B T)$  hat, wobei  $\mathcal{L}(x) = \coth(x) - x^{-1}$  die Langevin-Funktion ist. Wie groß ist die Polarisation bei hohen und niedrigen Temperaturen?

Hinweis: Das Problem ist zum entsprechenden magnetischen System, welches in der Vorlesung betrachtet wird, vollständig analog.

#### 3. Aufgabe (6 Punkte) Kanonisches Ensemble, Dreiniveausystem

Ein System besteht aus  $N$  unterscheidbaren (lokalisierten) paramagnetischen Ionen mit Spin  $S = 1$ . Das Ion besitzt einen Grundzustand mit  $S_z = 0$  und Energie 0 und ein zweifach entarteten Zustand mit  $S_z = \pm 1$  und Energie  $\Delta$ .

- (a) Beschreiben Sie, wie das Energiespektrum in einem magnetischen Feld  $H \ll \Delta/\mu$  geändert wird, wobei  $\pm \mu$  die magnetischen Momente des obigen Niveaus sind.
- (b) Leiten Sie aus dem kanonischen Ensemble für  $\mu H/k_B T \ll 1$  die Suszeptibilität

$$\chi \approx N \frac{\mu^2}{k_B T} \frac{2 e^{-\Delta/k_B T}}{1 + 2 e^{-\Delta/k_B T}}$$

ab.

- (c) Berechnen Sie die Varianz der Magnetisierung  $M$  für  $\mu H \ll k_B T$  (Berücksichtigen Sie, dass  $\text{Var}(M) = N \text{Var}(m)$ , wobei  $m$  die Magnetisierung eines Teilchens ist).