HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Statistische Physik, WS 2014/15

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: B. Sonnenschein, Dr. A. Straube
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2014/15: StatPhys)

Übungsblatt 11: Großkanonische Gesamtheit

Ausgabe: 31.12.2014 Abgabe: bis Fr 09.01.2015 (Schubfach vor Raum NEW 15, 3'411)

---

1. Aufgabe (10 Punkte) Großkanonisches Ensemble eines Gases aus zweiatomigen Molekülen

Ein Gas aus gleichen Molekülen befindet sich bei der Temperatur T im Volumen V. Die Hamiltonfunktion eines Moleküls ist $H(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2)/(2m) + \gamma\,|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2$, wobei $\mathbf{p}_i$ und $\mathbf{r}_i$ die 3-dimensionalen Impulse und Ortsvektoren der 2 Atome sind und γ eine Konstante ist.

(a) Berechnen Sie das großkanonische Zustandsintegral $Z^g(T, V, \mu)$.

(b) Bestimmen Sie die Zustandsgleichung $p = f(T, V, \langle N\rangle)$.

(c) Stellen Sie das chemische Potential als Funktion der Temperatur und des Druckes dar.

(d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $w_N(T, V)$, das Gas bei der Temperatur T mit N Teilchen im Volumen V anzutreffen.

(e) Berechnen Sie großkanonisch die Entropie als Funktion der Temperatur, des Volumens und des Teilchenmittelwertes $\langle N\rangle$.

2. Aufgabe (5 Punkte) Absorbtionsfläche

Eine Fläche mit N_0 Absorptionsstellen hat $N \leq N_0$ Gasmoleküle aufgenommen. Sei $a(T)$ das Zustandsintegral eines gebundenen Moleküls bei der Temperatur T. Die Wechselwirkung zwischen den aufgenommenen Molekülen werde vernachlässigt.

(a) Finden Sie das großkanonische Zustandsintegral des Systems. Hinweis: Das Integral über die verbliebenen Freiheitsgrade ist nur eine Summe.

(b) Zeigen Sie, dass das chemische Potential durch

$$\mu = k_B T \ln\left[\frac{\langle N\rangle}{(N_0 - \langle N\rangle)a(T)}\right]$$

gegeben ist.

3. Aufgabe (5 Punkte) Mittlere quadratische Teilchenschwankung

Zeigen Sie mittels des großkanonischen Potentials Ξ, dass die mittlere quadratische Schwankung der Teilchenzahl durch

$$\langle N^2\rangle - \langle N\rangle^2 = k_B T \left(\frac{\partial\langle N\rangle}{\partial\mu}\right)_{T,V}$$

gegeben ist. Im thermodynamischen Limes gilt $\langle N\rangle \equiv N$. Weisen Sie ferner die Beziehung

$$\left(\frac{\partial N}{\partial\mu}\right)_{T,V} = -\frac{N^2}{V^2}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,N}$$

nach. Benutzen Sie dabei eine Maxwell-Beziehung der freien Energie.

Wir wünschen Ihnen einen guten Rutsch ins neue Jahr!