HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Statistische Physik, WS 2014/15

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: B. Sonnenschein, Dr. A. Straube

URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2014/15: StatPhys)

Übungsblatt 14: Fermi- und Bose-Statistik-III

Ausgabe: 23.01.2015 Abgabe: bis Fr 30.01.2015 (Schubfach vor Raum NEW 15, 3'411)

---

1. Aufgabe (5 Punkte) Fermi-Gas im Magnetfeld

Betrachten Sie ein ideales Gas von N Elektronen (Spin 1/2) im Volumen V in einem äußeren Magnetfeld $\mathbf{H} = H\hat{\mathbf{e}}_z$. Nehmen Sie an, dass die Elektronen ein magnetisches Moment μ_e tragen. Bestimmen Sie die Magnetisierung M im kritischen Fall $T = 0$. Vereinfachen Sie danach das Ergebnis für M für den Fall eines schwachen Magnetfeldes ($\mu_e H \ll \mu_F$) und geben Sie die Suszeptibilität χ in diesem Limes an.

2. Aufgabe (5 Punkte) Hohlraumstrahler

Betrachten Sie einen schwarzen Hohlraumstrahler als n-dimensionalen Würfel. Schätzen Sie die Energiedichte $E \propto T^\alpha$ sowie die spezifische Wärme $C \propto T^\beta$ als Funktion der Temperatur ab (α und β sind zu bestimmen). Bestätigen Sie das Stefan-Boltzman-Gesetz für $n = 3$.

Hinweis 1: Um den schwarzen Strahler zu beschreiben, wenden Sie die Bose-Statistik für ein Photonen Gas an (ein Bose-Gas von Teilchen mit $m = 0$, $\mu = 0$, $\epsilon = pc = \hbar\omega$).

Hinweis 2: Integrale der Form

$$\int_0^\infty \frac{t^{s-1}}{\mathrm{e}^t - 1} dt = \zeta(s)\Gamma(s)$$

sind konstant.

3. Aufgabe (5 Punkte) Schallgeschwindigkeit im Fermi-Gas

Die Schallgeschwindigkeit v in einem idealen Spin-1/2 Fermi-Gas ist durch die Relation

$$v^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{T=0}$$

gegeben. Hier sind $\rho = mn$ die Massendichte und $n = N/V$ die Teilchendichte (m ist die Masse der Teilchen, N ist die Anzahl der Teilchen und V ist das Volumen).

(a) Zeigen Sie, dass gilt

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T = \frac{n}{m}\frac{\partial \mu}{\partial n},$$

wobei μ das chemische Potential ist.

(b) Berechnen Sie die Schallgeschwindigkeit im Limes $T = 0$ und stellen Sie sie als Funktion $u = u(n, m)$ dar.

Hinweis: Die Zustandsgleichung eines idealen Fermi-Gases lautet

$$pV = \frac{2}{3}E.$$