

# Stochastische Prozesse

Vorrechnen in Übung am 14.01.2013

## 3. Übungszettel

7. Januar, 2013

1) **Diffusionsnäherung:** Leite durch Taylorentwicklung bis zur 2. Ordnung aus der Mastergleichung für einen Geburts- und Sterbeprozess mit Teilchenzahl  $N(t)$  im Volumen  $V$  eine Diffusionsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(n, t)$  ab, wobei  $n = N/V$  die räumliche Dichte ist. Finde stationäre Lösungen.

2) **Dichotomer Markov Prozess I:** Ein dichotomer Markovprozess  $\sigma(t)$  wirkt auf die Variable  $x(t)$ . Es gilt

$$\dot{x} = f(x) + \sigma(t).$$

Nehme symmetrisches dichotomes Rauschen mit Raten  $\alpha = \beta$  und Werten  $\Delta' = -\Delta$  an und formuliere die Vorwärtsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(x, \sigma, t | x_0, \sigma_0, t_0)$ . Löse die stationären Gleichungen und finde die stationäre Wahrscheinlichkeitsdichte  $P^0(x, \sigma)$ .

3) **Dichotomer Markov Prozess II:** Berechne die Autokorrelationsfunktion  $\langle \sigma(t)\sigma(t + \tau) \rangle$  eines dichotomen Markovprozess  $\sigma(t)$ . Nehme an das der Mittelwert von  $\sigma(t)$  verschwindet.