

# Stochastische Prozesse

Besprechung in Übung am 04.02.2013

## 6. Übungszettel

28. Januar, 2013

1) **Oszillatoren-I:** Transformiere die Verteilung  $P(x, v)$  eines stochastischen Oszillators zur Darstellung  $P(r, \varphi)$  in Amplitude  $r$  und Phase  $\varphi$  mit  $x = r\omega_0^{-1} \cos \varphi$  und  $v = r \sin \varphi$ .

2) **Oszillatoren-II:** Betrachte den Poincaré-Oszillator mit

$$P(H) = N \exp \left[ \frac{(\alpha - \frac{\beta}{2}H)H}{\epsilon} \right]$$

und bestimme die relative Schwankungen der Energie  $(\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2) / \langle H \rangle^2$  für a)  $\alpha = -\gamma$  ( $\gamma > 0$ ),  $\beta = 0$ ; b)  $\alpha = 0$ ,  $\beta > 0$ ; c)  $\alpha \gg 1$ ,  $\beta > 0$ .

3) **Oszillatoren-III:** Bestimme für die zweidimensionale Brownsche Bewegung

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= -\gamma v_x + \sqrt{2D} \xi_x(t), \\ \dot{v}_y &= -\gamma v_y + \sqrt{2D} \xi_y(t) \end{aligned}$$

mit unkorreliertem Gaußschem weißem Rauschen die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Geschwindigkeitsbetrag  $v = |\mathbf{v}|$ .

4) **Oszillatoren-IV:** Ein Phasenoszillator wird durch die Adler-Gleichung

$$\dot{\phi} = \Delta - \Delta_s \sin \phi,$$

beschrieben. Berechne die über eine Periode gemittelte Frequenz oder oder Phasengeschwindigkeit  $\langle \dot{\phi} \rangle = \omega$  in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\Delta$ .