



## Stochastische Prozesse, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier

Übungen: Dr. A. Straube

URL: <http://people.physik.hu-berlin.de/~straube> (→ Teaching → WS 2013/14 StochProz)

### Übungsblatt 2: Einfache Sprungprozesse

Ausgabe: 06.01.2014

Vorrechnen in Übung am 13.01.2014

#### 1. Aufgabe: Diffusionsnäherung

Leite durch Taylorentwicklung bis zur 2. Ordnung aus der Mastergleichung für einen Geburts- und Sterbeprozess mit Teilchenzahl  $N(t)$  im Volumen  $V$  eine Diffusionsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(n, t)$  ab, wobei  $n = N/V$  die räumliche Dichte ist. Finde stationäre Lösungen.

#### 2. Aufgabe: Dichotomer Markov Prozess I

Ein dichotomer Markovprozess  $\sigma(t)$  wirkt auf die Variable  $x(t)$ . Es gilt

$$\dot{x} = f(x) + \sigma(t).$$

Nehme symmetrisches dichotomes Rauschen mit Raten  $\alpha = \beta$  und Werten  $\Delta' = -\Delta$  an und formuliere die Vorwärtsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(x, \sigma, t | x_0, \sigma_0, t_0)$ . Löse die stationären Gleichungen und finde die stationäre Wahrscheinlichkeitsdichte  $P^0(x, \sigma)$ .

#### 3. Aufgabe: Dichotomer Markov Prozess II

Berechne die Autokorrelationsfunktion  $\langle \sigma(t)\sigma(t + \tau) \rangle$  eines dichotomen Markovprozess  $\sigma(t)$ . Nehme an, dass der Mittelwert von  $\sigma(t)$  verschwindet.