



## Stochastische Prozesse, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier

Übungen: Dr. A. Straube

URL: <http://people.physik.hu-berlin.de/~straube> (→ Teaching → WS 2013/14 StochProz)

### Übungsblatt 3: Fokker-Planck Gleichung, multiplikatives Rauschen

Ausgabe: 13.01.2014

Vorrechnen in Übung am 20.01.2014

#### 1. Aufgabe: Übergang zur Schrödinger-Gleichung

Betrachte die eindimensionale überdämpfte Bewegung eines Teilchens in einem Potential  $U(x)$ , die durch die Langevin-Gleichung

$$\gamma \dot{x} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + \sqrt{2\epsilon} \xi(t) \quad (\epsilon = \gamma k_B T)$$

mit  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t-t')$  beschrieben wird. Transformiere die entsprechende Smoluchowski-Gleichung für  $P(x, t)$  in eine Schrödinger-Gleichung für  $\rho(x, t)$  mit

$$P(x, t) = \rho(x, t) \exp\left(-\frac{U(x)\gamma}{2\epsilon}\right).$$

#### 2. Aufgabe: Multiplikatives Rauschen-I

Betrachte die Gleichung

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi(t)$$

mit  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$  und transformiere sie auf ein Problem mit additivem Rauschen. Zeige, dass das Stratonovich-Kalkül der Lösung entspricht.

#### 3. Aufgabe: Multiplikatives Rauschen-II

Betrachte wieder die Gleichung

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi(t)$$

mit  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$ . Formuliere die Smoluchowski-Gleichung und finde ihre stationäre Lösung mit verschwindendem Fluss,  $j = 0$ . Diskutiere Extrema und vergleiche mit den Mittelwerten.

#### 4. Aufgabe: Adler-Gleichung

Ein Phasenoszillator wird durch die Adler-Gleichung

$$\dot{\varphi} = \Delta - \Delta_c \sin \varphi,$$

beschrieben. Berechne die über eine Periode gemittelte Frequenz oder oder Phasengeschwindigkeit  $\langle \dot{\varphi} \rangle = \omega$  in Abhängigkeit von  $\Delta$ . Was ändert sich, wenn man additives Rauschen berücksichtigt?