HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Stochastische Prozesse, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: Dr. A. Straube
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2013/14 StochProz)

Übungsblatt 6: Stochastische Resonanz, Kohärenzresonanz

Ausgabe: 03.02.2014 Vorrechnen in Übung am 10.02.2014

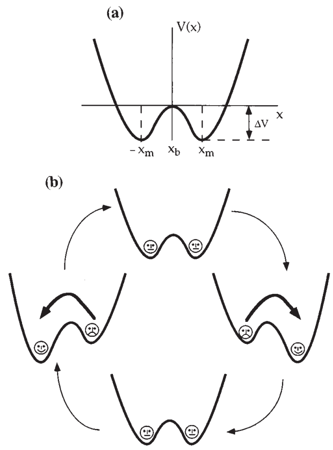
---

1. Aufgabe: Stochastische Resonanz

Ausgehend vom stochastischen System, das durch die Gleichungen

$$\dot{x} = -\frac{\partial V}{\partial x} + \sqrt{2D}\xi(t)\,, \quad V(x,t) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4 - Ax\cos\Omega t$$

mit $\langle\xi(t)\rangle = 0$, $\langle\xi(t)\xi(t')\rangle = \delta(t-t')$ beschrieben wird, betrachte ein diskretes Zweizustandsmodell. Nimm an, dass die Fequenz Ω klein (adiabatische Näherung) ist und der Prozess nur



zwei Werte, $x_\pm = \pm x_m = \pm 1$, mit entsprechenden Wahrscheinlichkeiten $P_\pm(t)$, hat [siehe auch Rev. Mod. Phys. **70**, 223 (1998)]. Formuliere eine geschlossene Gleichung für P_+, finde ihre asymptotische Lösung im Limes $t \to \infty$ und zeige dass $|P_+| = |P_+|(D)$ ein Maximum besitzt. Hinweis: Mit der Annahme, dass A klein ist, dürfen die Übergangswahrscheinlichkeiten $W_{\mp\pm}(t) = R\exp[\pm(A/D)\cos\Omega t]$ bis auf Terme 1. Ordnung in A entwickelt werden, wobei $R \propto \exp(-\Delta V/D)$ die Kramers Rate im Fall $A = 0$ ist. Bestimme auch den Mittelwert, die Korrelationsfunktion und das Leistungspektrum. Dabei soll es über die Anfansphase gemittelt werden.

2. Aufgabe: Kohärenzresonanz

Lese das Paper [Phys. Rev. Lett. **78**, 775 (1997), siehe auch den Artikel "Stochastic resonance" on Scholarpedia] und betrachte das reduzierte, analytisch lösbare System,

$$\dot{y} = -\frac{\partial U}{\partial y} + D\xi(t)\,, \quad U(y) = \begin{cases} -y\,, & \text{if } \; y < -1\,, \\ 2+y\,, & \text{if } \; -1 < y < 0 \end{cases}$$

mit $\langle\xi(t)\rangle = 0$, $\langle\xi(t)\xi(t')\rangle = \delta(t-t')$. Ermittle mit Hilfe von Mathematica den analytischen Ausdruck für den Variationskoeffizienten $R = \sqrt{\langle t_p^2\rangle - \langle t_p\rangle^2} / \langle t_p\rangle$ der Verweildauer t_p und diskutiere seine Abhängigkeit von D.