



ÜBUNGSBLATT 6, Abgabe am Fr. 29.11.13 vor der Vorlesung,
Besprechung in den Übungen am Mo. 02.12.13 bzw. Mi. 04.12.13.

1 Zeitabhängige Störung des Wasserstoffatoms

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, das sich zum Zeitpunkt $t < 0$ im Grundzustand $1s$ befindet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein elektrisches Feld $\vec{E} = E_0 e^{-t/\tau} \vec{e}_z$ eingeschaltet. Benutzen Sie zeitabhängige Störungstheorie erster Ordnung, um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, dass nach langer Zeit ($t \gg \tau$) das Wasserstoffatom

- a) in die angeregten Zustände $2p$
- b) in den angeregten Zustand $2s$

übergeht.

Hinweis: Bei den Zustandsbezeichnungen $1s$, $2s$ und $2p$ gibt die Zahl die Hauptquantenzahl n an und der Buchstabe die Nebenquantenzahl l , wobei s für $l = 0$ und p für $l = 1$ steht.

2 Zwei-Niveau-System mit δ -Störung

Gegeben sei ein Zwei-Niveau-System ($E_2 > E_1 > 0$), dessen Dynamik durch den Hamilton-Operator $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ beschrieben wird, wobei

$$\hat{H}_0 := E_1 |1\rangle \langle 1| + E_2 |2\rangle \langle 2|, \quad \hat{V} := \delta_\epsilon(t) [\alpha |1\rangle \langle 2| + \alpha^* |2\rangle \langle 1|]$$

mit

$$\delta_\epsilon(t) := \frac{1}{\epsilon} \theta\left(\frac{\epsilon}{2} + t\right) \theta\left(\frac{\epsilon}{2} - t\right).$$

Die Stufenfunktion $\theta(x)$ ist definiert durch

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0, \\ 0 & x < 0. \end{cases}$$

Zur Zeit $t = -\infty$ befinde sich das System im Zustand $|1\rangle$. Bestimmen Sie die Übergangswahrscheinlichkeit $P_{1 \rightarrow 2}$ für $t \rightarrow \infty$ zunächst für beliebiges ϵ und dann im Limes $\epsilon \rightarrow 0$. Rechnen Sie

- a) mittels zeitabhängiger Störungstheorie erster Ordnung ($|\alpha| \ll \hbar$),
- b) exakt in α .

Tipp: Für diese Aufgabe bietet sich das Wechselwirkungsbild an.

3 WKB Methode für den harmonischen Oszillator

Bestimmen Sie das Energiespektrum eines eindimensionalen harmonischen Oszillators mit Hilfe der Bohr-Sommerfeld Quantisierungsbedingung und vergleichen Sie es mit dem exakten Resultat.