



ÜBUNGSBLATT 3, Abgabe am Di. 08.11.16 bis 15 Uhr,
Besprechung in den Übungen am Fr. 11.11.16.

1 Ableitungen elementarer Funktionen (30 Punkte)

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle mit Hilfe der Angaben in der Vorlesung sowie eigener Rechnungen. Lernen Sie diese Tabelle **unbedingt sofort auswendig!**

$f(x)$	$f'(x)$
$c \quad (c \in \mathbb{R})$	
	1
$x^a \quad (a \in \mathbb{R})$	
\sqrt{x}	
	$\cos(x)$
$\cos(x)$	
$\tan(x)$	
	e^x
$a^x \quad (a > 0)$	
* $\ln x \quad (x \neq 0)$	

Hinweis: Wenn $f'(x)$ vorgegeben ist, dann ist $f(x)$ nicht eindeutig. Wählen Sie aus allen möglichen Funktionen diejenige aus, die Sie sich am leichtesten merken können.

Tipp: Für die letzte Funktion in der Tabelle sollten Sie eine Fallunterscheidung $x < 0$ und $x > 0$ machen und Regel über die Ableitung der Umkehrfunktion benutzen.

2 Ableitungen (40 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen.

a) $\frac{d}{dx}(4x^2 + 2)^3$

b) $\frac{d}{dx}\sqrt{x^3 + 2x}$

c) $\frac{d}{dx}\frac{x^2-1}{x^2+1}$

d) $\frac{d}{dx}\frac{1}{2x+\sqrt{x}}$

e) $\frac{d}{dx}\sin(\cos(x))$

f) $\frac{d}{dx}\cos(\sin(\cos(x^2)))$

g) $\frac{d}{dt}3e^{-2\alpha t}\sin(\omega t)$

h) $\frac{d}{dw}\tan(x^2)w$

i) $\frac{d^2}{dy^2}\frac{x+y}{e^y}$

j) $\frac{d}{dy}\arccos(y)$

3 Taylorentwicklung (30 Punkte)

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Taylorreihe.

a) $f(x) = x^2$ um $x_* = 0$

b) $f(x) = x^2$ um $x_* = 1$,

und skizzieren Sie die Funktionsgraphen jedes einzelnen Terms in der Taylorentwicklung sowie den Funktionsgraphen von $f(x)$

c) $f(x) = \sqrt{1+x}$ um $x_* = 0$ bis zur dritten Ordnung,
d.h. alle Terme proportional zu x^n mit $n = 0,1,2,3$

d) $\ln(x)$ um $x_* = 1$

e) $\ln(1+x)$ um $x_* = 0$

f) * $f(v) = mc^2\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$ um $v_* = 0$ bis zur Ordnung v^4 .

Diese Funktion ist die kinetische Energie eines Teilchens mit der Geschwindigkeit v und Masse m gemäß der speziellen Relativitätstheorie. (Die Konstante c ist die Lichtgeschwindigkeit.) Mit diesem Hinweis, erkennen Sie den Term der Ordnung v^2 wieder?