



ÜBUNGSBLATT 5, Abgabe am Di. 22.11.16 bis 15 Uhr,  
Besprechung in den Übungen am Fr. 25.11.16.

**1** Integration (45 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale.

a)  $\int (x + 1) e^x dx$

b)  $\int x e^{-x} dx$

c)  $\int \cot x dx$

d)  $\int \sqrt{2 - 3x} dx$

e)  $\int_0^{\pi/3} \sin(2x - \pi) dx$

f)  $\int_0^{\pi} x \sin(3x) dx$

g)  $\int \ln \sqrt{x} dx$

h)  $\int_1^2 x^2 \ln x dx$

i)  $\int e^x \cos x dx$

j)  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

k)  $\int \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx$

l)  $\int \frac{x}{a^2 + x^2} dx$

m)  $\int \frac{x^2}{(2 + x^3)^3} dx$

n)  $\int_0^1 2x^3 e^{x^2} dx$

o)  $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx$

*Hinweis:* Denken Sie an partielle Integration, Substitution oder beides. Eventuell müssen Sie auch mehrfach partiell integrieren oder substituieren.

**2** Wasserbecken (20 Punkte)

Ein Becken ist zu Beginn mit 2,5 Litern Wasser gefüllt. 5 Sekunden lang fließt Wasser über einen Zulauf in das Becken, wobei die Zuflussgeschwindigkeit linear von 0 bis 5 Liter/Sekunde anwächst. Anschließend läuft das Wasser 10 weitere Sekunden mit dieser maximalen Zuflussrate hinein. Nachdem der Zulauf abrupt gestoppt wurde, wird ein Abfluss geöffnet. Das Wasser fließt mit 3 Litern/Sekunde konstant für 15 Sekunden ab. Wie viel Wasser befindet sich zum Schluss im Becken?

### 3 Differentialgleichungen (35 Punkte)

- a) Finden Sie durch zweifaches Integrieren beider Seiten über  $x$  alle Lösungen  $y(x)$  der Differentialgleichung

$$y''(x) = \frac{1}{x^2} .$$

- b) \* Finden Sie durch zweifaches Integrieren beider Seiten über  $t$  die spezielle Lösung  $x(t)$  der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ,$$

die die Bedingungen  $\dot{x}(0) = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und  $x(0) = 2 \text{ m}$  erfüllt.

*Tipp:* Finden Sie zuerst alle Lösungen und dann bestimmen Sie die Integrationskonstanten so, dass die Bedingungen erfüllt sind.