Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik
Burkhard Eden, Jordi Kling, Thomas Klose,
Felix Paul, Wadim Wormsbecher

Pk4 Mathematische Grundlagen WS 2016/17

Übungsblatt 7, Abgabe am Di. 06.12.16 bis 15 Uhr, Besprechung in den Übungen am Fr. 09.12.16.

1 Polynomdivision ($6 \cdot 5 = 30$ Punkte)

Berechnen Sie durch schriftliche Division.

a) $(-4x^3 - 7x^2 + 3x + 2) : (x + 2)$

b) $(x^3 - tx^2 - 2x + 2t) : (x^2 - 2)$

c) $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$

d) * $\dfrac{a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21}{a^2 - 2a + 3}$

e) $\dfrac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}}$

f) * $\dfrac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x}$

2 Linearfaktorzerlegung ($5 \cdot 5 = 25$ Punkte)

Zerlegen Sie die folgenden Polynome in Linearfaktoren über den komplexen Zahlen.

a) $f(x) = 2x^4 + 12x^3 + 16x^2 - 12x - 18$

b) $f(x) = x^3 - x$

c) $f(x) = x^4 - 1$

d) $f(x) = x^4 + 1$

e) $f(x) = x^4 - i$

3 Eigenschaften von Polynomen (15 Punkte)

Konstruieren Sie ein Polynom $f(x)$ mit den folgenden Eigenschaften:

- Grad 4,
- eine einfache Nullstelle bei $2 + i$,
- symmetrisch, also $f(-x) = f(x)$,
- reelle Koeffizienten.

Geben Sie die Normalform sowie die Linearfaktordarstellung des Polynoms an. Bestimmen die obigen Eigenschaften das Polynom eindeutig?

4 Vieta für kubische Gleichungen (10 Punkte)

Seien x_1, x_2 und x_3 die Nullstellen des Polynoms $f(x) = x^3 + rx^2 + sx + t$. Wie drücken sich dann r, s und t durch die Nullstellen aus?

5 Differentialgleichungen (20 Punkte)

Finden Sie zunächst die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$2y'''(x) - 8y''(x) + 12y'(x) - 8y(x) = 0 .$$

Bestimmen Sie dann die Integrationskonstanten so, dass $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$ und $y''(0) = 0$ ist.