



ÜBUNGSBLATT 8, Abgabe am Di. 13.12.16 bis 15 Uhr,
Besprechung in den Übungen am Fr. 16.12.16.

1 Inhomogenitäten (5 · 10 = 50 Punkte)

Finden Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichung

$$y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = r(x)$$

für die Fälle

a) $r(x) = 0$

b) $r(x) = 2x + 3$

c) $r(x) = 12e^{5x}$

d) $r(x) = 10e^{2x}$

e) $r(x) = e^{3x} \cos 2x$

2 Anfangswertprobleme (2 · 20 = 40 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Funktion $y(x)$, welche die Differentialgleichung

$$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = x^2 + 1 - e^x$$

und die Anfangsbedingungen $y(0) = 7$ und $y'(0) = -4$ erfüllt.

b) Bestimmen Sie die Funktion $y(x)$, welche die Differentialgleichung

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 2e^{-x} \sin x$$

und die Anfangsbedingungen $y(0) = 1$ und $y'(0) = -1$ erfüllt.

3 Stoßdämpfer (10 Punkte)

Ein Auto mit Stoßdämpfern kann modelliert werden als eine Masse m an einer Feder mit Federkonstanten k und Dämpfungskonstanten b . Die vertikalen Vibrationen bei Fahrt auf ebener Straße werden dann als die Lösungen der Differentialgleichung

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = 0$$

vorhergesagt. Für den Fall, dass $m = 1 \text{ t}$ und $k = 3 \text{ kN/m}$, wie groß muss die Dämpfungskonstante b in kg/s mindestens eingestellt sein, damit die Fahrt *ohne* Schwingungen verläuft? Was ändert sich qualitativ, wenn die Dämpfung kleiner bzw. größer als dieser Minimalwert eingestellt wird?

Hinweis: Es gilt $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$.