

ÜBUNGSBLATT 12, Abgabe am Di. 24.01.17 bis 15 Uhr,
Besprechung in den Übungen am Fr. 27.01.17.

1 Vereinfachungsregeln für Determinanten (5 · 7 = 35 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Determinanten auf möglichst **geschickte** Art und Weise. Klammern Sie beispielsweise gemeinsame Faktoren aus oder kombinieren Sie Zeilen und Spalten so, dass möglichst viele Nullen entstehen, bevor Sie den Entwicklungssatz anwenden.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 8 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & c+1 \end{vmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

2 Lineare Gleichungssysteme (5 · 13 = 65 Punkte)

Stellen Sie für die Folgenden Aufgaben jeweils ein lineares Gleichungssystem der Form $\underline{A}\vec{x} = \vec{b}$ auf und lösen Sie es mit Hilfe der Cramerschen Regel.

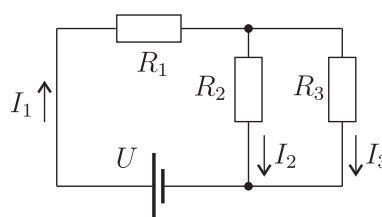
- a) Ein Behälter hat ein Volumen von 700l und zwei Zuleitungen unterschiedlicher Größe. Er kann unter gleichzeitiger Verwendung beider Zuleitungen in 5 min befüllt werden. Alternativ kann er vollständig befüllt werden, in dem man zunächst die erste Zuleitung für 3 min und dann die zweite Zuleitung für 6,5 min öffnet. Wie viel Liter fließen durch jede Zuleitung pro Minute?

- b) Anselm, Bertram und Cäsar spielen mit Murmeln. Anselm sagt zu Bertram: Gib mir 5 Murmeln, so habe ich doppelt so viele wie dir verbleiben. Bertram sagt zu Cäsar: Gib mir 13 Murmeln, so habe ich dreimal so viele wie dir verbleiben. Cäsar sagt zu Anselm: Gib mir 3 Murmeln, so habe ich sechsmal so viele wie dir verbleiben. Wie viele Murmeln hat jeder?
- c) Die drei Maurer A, B und C sollen eine Mauer mauern. A und B würden, wenn sie zusammen arbeiteten, in 12 Tagen fertig, B und C in 20 Tagen, A und C in 15 Tagen. Wie viel Zeit braucht jeder allein? Zusatzfrage: In wie vielen Tagen würde die Arbeit verrichtet, wenn alle 3 zusammen arbeiteten?
- d) Die abgebildete elektrische Schaltung besteht aus einer Spannungsquelle mit der Spannung U und drei Widerständen der Stärke R_1 , R_2 und R_3 . Die Kirchhoffschen Regeln besagen für diesen Schaltkreis:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = U$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$



Berechnen Sie die elektrischen Ströme I_1 , I_2 und I_3 durch die Widerstände (in Abhängigkeit von der Spannung und den Widerstandswerten).

- e) Gesucht sind Zahlen a , b , c und d , die den folgenden Gleichungen genügen:

$$-5a - b + 2c + d = -19 ,$$

$$-2a + 6b + 2c - 3d = -1 ,$$

$$4a + 2b - 8c + 5d = 3 ,$$

$$-a + b + c - 7d = -8 .$$