

ÜBUNGSBLATT 5, Abgabe am Di. 21.11.17 bis 15 Uhr,
Besprechung in den Übungen am Fr. 24.11.17.

1 Stammfunktionen raten (6 · 5 = 30 Punkte)

Finden Sie jeweils eine Stammfunktion $F(x)$ für alle der folgenden Funktionen $f(x)$, indem Sie zunächst eine plausible Vermutung aufstellen, diese vermutete Funktion dann ableiten und sie so lange anpassen, bis Sie bei der korrekten Funktion herauskommen.

a) $f(x) = \cos(3x)$ b) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ c) $f(x) = 4e^{-x/3}$

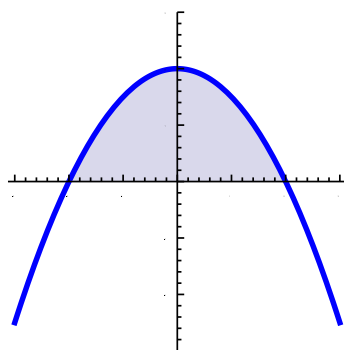
d) $f(x) = a^x$ e) $f(x) = e^{x^2}x$ f) $f(x) = \sin^2(x)\cos(x)$

2 Wasserbecken (20 Punkte)

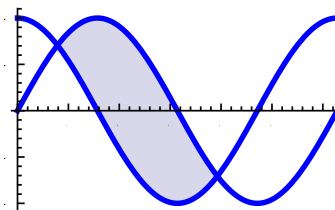
Ein Becken ist zu Beginn mit 2,5 Litern Wasser gefüllt. 5 Sekunden lang fließt Wasser über einen Zulauf in das Becken, wobei die Zuflussgeschwindigkeit linear von 0 bis 5 Liter/Sekunde anwächst. Anschließend läuft das Wasser 10 weitere Sekunden mit dieser maximalen Zuflussrate hinein. Nachdem der Zulauf abrupt gestoppt wurde, wird ein Abfluss geöffnet. Das Wasser fließt mit 3 Litern/Sekunde konstant für 15 Sekunden ab. Wie viel Wasser befindet sich zum Schluss im Becken?

Bitte Rückseite nicht übersehen.

3 Flächenberechnung (15 + 20 = 35 Punkte)



a)



b)

- a) Berechnen Sie die schattierte Fläche unterhalb des Graphen der Funktion $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$ zwischen den Nullstellen.

Tipp: Zur Auffindung einer Stammfunktion, leiten Sie doch mal die Potenzfunktion x^a nach x ab.

- b) Berechnen Sie die schattierte Fläche zwischen den Graphen von $\sin x$ und $\cos x$.

Hinweis: Es gilt $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4 Fehlerteufel (15 Punkte)

Sie finden einen Zettel auf dem Boden des Hörsaals mit folgenden Notizen:

$$\int \frac{1}{x} dx \stackrel{(1)}{=} \int 1 \cdot \frac{1}{x} dx \stackrel{(2)}{=} x \cdot \frac{1}{x} - \int x \frac{-1}{x^2} dx \stackrel{(3)}{=} 1 + \int \frac{1}{x} dx \quad \left| - \int \frac{1}{x} dx \right.$$
$$\stackrel{(4)}{\Rightarrow} 0 = 1$$

Erklären Sie in kurzen Stichworten, was in den Schritten (1) bis (4) gemacht wurde. Wo liegt der Fehler, der zu dem augenscheinlichen Widerspruch $0 = 1$ führte?