Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik
José Enrique Alvarez Roca, Marius Bothe,
Thomas Klose, Jonas Marschner, Julian Miczajka

Pk4 Mathematische Grundlagen WS 2017/18

---

## Übungsblatt 10, Abgabe am Di. 09.01.18 bis 15 Uhr, Besprechung in den Übungen am Fr. 12.01.18.

### 1 Verschiedene Inhomogenitäten ($6+7+8+9=30$ Punkte)

Berechnen Sie für die Differentialgleichung

$$y'''(x) - 4y''(x) + 5y'(x) - 2y(x) = r(x)$$

für jede der folgenden Inhomogenitäten eine Partikulärlösung, indem Sie von einem geeigneten Ansatz ausgehen.

a) $r(x) = \mathrm{e}^{3x}$ b) $r(x) = \mathrm{e}^{2x}$ c) $r(x) = \mathrm{e}^{x}$ d) $r(x) = x\mathrm{e}^{x}$

### 2 Erzwungene Schwingung ($3 \cdot 10 = 30$ Punkte)

a) Die Differentialgleichung eines komplexen, gedämpften, harmonischen Oszillators mit periodischer Anregung lautet

$$\ddot{z}(t) + 2\gamma\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t} \ .$$

Die Größen $\gamma$, $\omega_0$, $A$ und $\Omega$ charakterisieren den Oszillator bzw. die Anregung und seien irgendwelche gegebenen Konstanten. Berechnen Sie eine Partikulärlösung, indem Sie den Ansatz $z_{\text{part}}(t) = \alpha\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$ mit $\alpha \in \mathbb{C}$ machen.

b) Schreiben Sie Ihr Ergebnis für $\alpha$ in Polarform $\alpha = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\eta}$, d.h. berechnen Sie Ausdrücke für $r$ und $\eta$ als Funktion von $\gamma$, $\omega_0$ und $\Omega$.

c) Die Lösung des reellen, gedämpften, harmonischen Oszillator ergibt sich als der Realteil der obigen Lösung; bilden Sie

$$x_{\text{part}}(t) = \operatorname{Re} z_{\text{part}}(t) \ .$$

und überprüfen Sie, dass Ihre Lösung mit den Angaben aus der Vorlesung übereinstimmt.

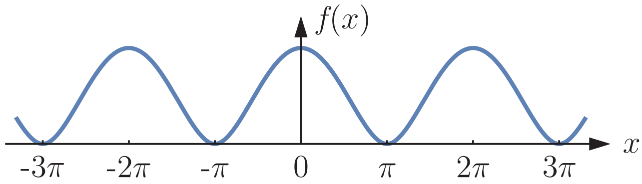
Bitte Rückseite nicht übersehen.

## 3 Fourier-Entwicklungen ($2 \cdot 20 = 40$ Punkte)

a) Berechnen Sie die Koeffizienten $c_n$ der komplexen Fourier-Reihe für die Funktion

$$f(x) = \left(x^2 - \pi^2\right)^2 \quad \text{für } -\pi \leq x \leq \pi \, .$$

Außerhalb des Intervalls $-\pi \leq x \leq \pi$ sei die Funktion periodisch fortgesetzt, so dass $f(x + 2\pi) = f(x)$ für alle $x$.




b) Berechnen Sie die Fourier-Transformation $\tilde{f}(k)$ der "beidseitigen Exponentialfunktion"

$$f(x) = \mathrm{e}^{-|x|/a} \, ,$$

wobei $a =$ konst.