



PRÄSENZÜBUNG AM 17.10.2014

1 Koordinatensysteme

Berechnen Sie die Basisvektoren, die Linienelemente, die Flächenelemente, das Volumenelement und den Nabla-Operator für

- (a) Zylinderkoordinaten (r_{\perp}, φ, z) mit $r_{\perp} = 0..∞$, $\varphi = 0..2\pi$ und $z = -∞..∞$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_{\perp} \cos \varphi \\ r_{\perp} \sin \varphi \\ z \end{pmatrix},$$

- (b) Kugelkoordinaten (r, θ, φ) mit $r = 0..∞$, $\theta = 0..π$ und $\varphi = 0..2\pi$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r \sin \theta \cos \varphi \\ r \sin \theta \sin \varphi \\ r \cos \theta \end{pmatrix},$$

- (c) *Bonus:* Parabolische Koordinaten (u, v, φ) mit $u, v = 0..∞$ und $\varphi = 0..2\pi$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} u v \cos \varphi \\ u v \sin \varphi \\ (u^2 - v^2)/2 \end{pmatrix}.$$

2 Ableitungen

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen und drücken Sie das Ergebnis als Linearkombination der Basisvektoren aus.

- (a) Zylinderkoordinaten: $\frac{\partial \mathbf{e}_{\perp}}{\partial r_{\perp}}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\perp}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\perp}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial r_{\perp}}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial r_{\perp}}, \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial z}$.

- (b) Kugelkoordinaten: $\frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\theta}}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\theta}}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\theta}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_{\varphi}}{\partial \varphi}$.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

3 Wegintegral

Das Wegintegral

$$W = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$$

soll für die Federkraft $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$ und verschiedene Wege zwischen dem Anfangspunkt $\mathbf{r}_0 = 0$ und dem Endpunkt $\mathbf{r}_1 = d\mathbf{e}_x$ berechnet werden. Als Wege sollen eine Gerade C_1 und ein Halbkreis C_2 mit Radius $d/2$ betrachtet werden. Das Wegintegral gibt die Arbeit an, die die Kraft am Teilchen bei der Bewegung längs des Wegs verrichtet.

