Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. F. Loebbert, J. Miczajka, B.Sc. A. Spiering

PK5 KLASSISCHE THEORETISCHE PHYSIK WS 2014/15

ÜBUNGSBLATT 1, Abgabe am Do. 23.10.14, Besprechung in den Übungen am Fr. 24.10.14.

0 Einschreibung in eine Übungsgruppe

Als Voraussetzung dafür, dass wir Ihre Übungen bewerten, schreiben Sie sich in den Kurs auf Moodle ein: `http://moodle.hu-berlin.de/course/view.php?id=60439`

Der Einschreibeschlüssel lautet *Loebbert*, *Miczajka* oder *Spiering*, je nachdem für welche Übungsgruppe Sie sich entschieden haben.

Hinweis: Nähere Infos zum Übungsbetrieb finden Sie auf dem Merkblatt, dass Ihnen in der ersten Vorlesung ausgehändigt wurde.

1 Vektoranalysis (8 Punkte)

(a) Ein Teilchen bewegt sich auf einem Kreis mit konstantem Radius R. Der Betrag der Geschwindigkeit ist konstant v_0. Zur Zeit $t = 0$ befindet es sich auf der x-Achse und sein Geschwindigkeitsvektor zeigt in y-Richtung. Geben Sie die Bahnkurve sowohl in kartesischen sowie in Polarkoordinaten an. Berechnen Sie durch Ableiten der beiden Darstellungen der Bahnkurve die Beschleunigung $a(t)$ als Funktion der Zeit.

(b) Berechnen Sie $\boldsymbol{\nabla}\phi(\mathbf{r})$ für $\phi(\mathbf{r}) = f(r)$ für eine beliebige Funktion f des Abstands $r = |\mathbf{r}|$ und drei Dimensionen.

(c) Ein Berg hat die Gestalt $h(x, y) = c - ax^2 - by^2$, wobei a, b und c bestimmte Konstanten sind. In welcher Richtung am Punkt $(x, y) = (1,1)$ ist der Anstieg am steilsten?

(d) Zeigen Sie, dass *keine* Funktion $V(x, y)$ existiert, um $\mathbf{F} = y \cos x \, \mathbf{e}_x + x \sin y \, \mathbf{e}_y$ als $\mathbf{F} = -\boldsymbol{\nabla} V$ zu schreiben.

(e) Wie weit (gemessen als Fluglinie von Start bis Ziel) bewegt sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit

$$\mathbf{v}(t) = \left(6\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t - 3\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}t^2\right)\mathbf{e}_x + \tfrac{4\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{s}^4}t^3\mathbf{e}_y - 2\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\mathbf{e}_z$$

in der Zeit von $t = 1\,\mathrm{s}$ bis $t = 2\,\mathrm{s}$.

(f) Bilden Sie die Ableitung von $\phi(\mathbf{r}) = x^2yz + 4xz^2$ in Richtung $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(g) Berechnen Sie das totale Differential $d\phi$ der Funktion $\phi(r,\varphi) = r\cos\varphi$.

(h) Berechnen Sie das Wegintegral $\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ über das Vektorfeld $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = x\,\mathbf{e}_x + x\,y\,\mathbf{e}_y + z\,\mathbf{e}_z$ zwischen den Punkten $\mathbf{r}_0 = \mathbf{e}_y$ und $\mathbf{r}_1 = \mathbf{e}_y + 2\pi\mathbf{e}_z$ entlang des Weges $\mathbf{r}(\lambda) = \sin\lambda\,\mathbf{e}_x + \cos\lambda\,\mathbf{e}_y + \lambda\,\mathbf{e}_z$.

2 Pferdekutsche (4 Punkte)

Aus einem fragwürdigen Physiklehrbuch:

> *Ein Pferd ist vor einen Wagen gespannt. Wenn das Pferd versucht, den Wagen zu ziehen, dann übt es eine Kraft auf den Wagen aus. Nach Newtons drittem Axiom übt der Wagen dann eine gleichgroße, entgegengerichtete Kraft auf das Pferd aus. Newtons zweites Axiom sagt uns, dass die Beschleunigung gleich der Kraft dividiert durch die Masse des Systems ist ($F = ma$, also $a = F/m$). Weil beide Kräfte gleich groß und entgegengerichtet sind, addieren sie sich zu Null, so dass nach Newtons zweitem Axiom die Beschleunigung des Systems gleich Null ist. Wenn das System nicht beschleunigt wird, und zu Beginn in Ruhe war, dann bleibt es auch in Ruhe (auf Grund der Definition der Beschleunigung). Daher kann das Pferd den Wagen niemals bewegen, egal wie stark es daran zieht.*

Zählen Sie die physikalischen Fehler in diesem Absatz auf und erklären Sie, warum obige Aussage falsch ist. Zeichnen Sie ein Diagramm von Pferd und Wagen, welches alle relevanten Kräfte beinhaltet. Erklären Sie kurz, wie die Situation korrekt beschrieben werden sollte.

3 Abstürzender Satellit (8 Punkte)

Ein Satellit der Masse m bewege sich unter dem Einfluss der Gravitationskraft

$$\mathbf{F}_{\text{grav}} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$$

und der Reibungskraft

$$\mathbf{F}_{\text{reib}} = -m\gamma(r)\mathbf{v}\ ,$$

wobei r der Abstand des Satelliten zum Erdmittelpunkt, G und M zwei Konstanten (nämlich die Newtonsche Gravitationskonstante und die Masse der Erde) und $\gamma(r)$ eine überall positive Funktion des Abstands sind.

(a) Stellen Sie die vektorielle Bewegungsgleichung auf. Zerlegen Sie diese dann in drei Gleichungen entsprechend der Richtungen $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ und $\mathbf{e}_\varphi$ eines Bezugssystems in Kugelkoordinaten.

(b) Wie müssen $\gamma(r)$ und β gewählt werden, damit

$$r(t) = r_0\,(1-\beta t)^{2/3} \quad , \quad \theta(t) = \frac{\pi}{2} \quad , \quad \varphi(t) = -\frac{2}{3}\ln(1-\beta t)\ ,$$

die Bewegungsgleichungen löst? Welche Form hat die Bahnkurve?

(c) Bestimmen Sie den Betrag der Geschwindigkeit $|\mathbf{v}|$ als Funktion des Abstands r.