Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. F. Loebbert, B.Sc. J. Miczajka, B.Sc. A. Spiering

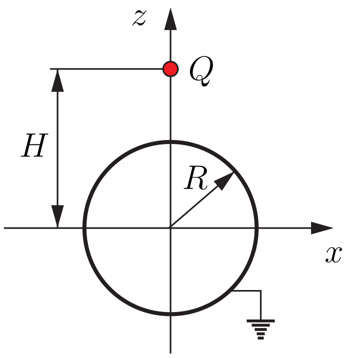
PK5 KLASSISCHE THEORETISCHE PHYSIK WS 2014/15

---

ÜBUNGSBLATT 11, Abgabe am Do. 15.01.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 16.01.15.

## 1 Punktladung vor geerdeter Metallkugel (7 Punkte)

Eine Punktladung mit Ladungsmenge $Q$ befindet sich im Abstand $H$ vom Zentrum einer metallenen, geerdeten Vollkugel mit Radius $R < H$. Das Potential außerhalb der Kugel lässt sich mit Hilfe einer einzelnen punktförmigen Bildladung finden.




(a) Bestimmen Sie die Position und die Ladungsmenge der Bildladung, so dass im Außenraum das zugehörige Randwertproblem erfüllt ist.

(b) Berechnen Sie die induzierte Flächenladungsdichte auf der Kugeloberfläche.

(c) Geben Sie die gesamte induzierte Ladung an. Falls Sie sich unsicher sind, dürfen Sie's durch Integration nachrechnen.

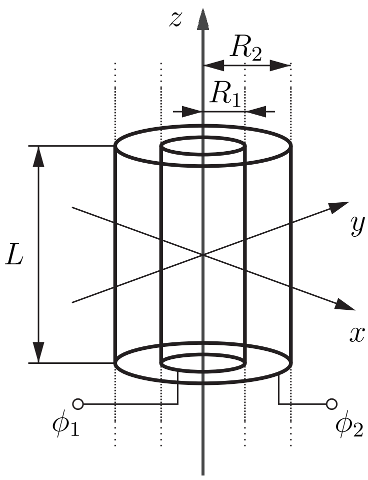
## 2 Zylinderkondensator (5 Punkte)

Gegeben ist ein Zylinderkondensator bestehend aus zwei dünnwandigen, koaxialen Metallzylindern mit Radius $R_1$ bzw. $R_2$ und Länge $L$ wie in der Abbildung dargestellt. Berechnen Sie die Kapazität $C$ dieses Kondensators unter *Vernachlässigung von Randeffekten*.

*Hinweis:* Die Randeffekte zu vernachlässigen ist gleichbedeutend damit, den Kondensator als ein Stück der Länge $L$ aus einem unendlich langen Zylinderkondensator zu betrachten.

In krummlinig, rechtwinkligen Koordinaten gilt

$$\Delta\phi = \frac{1}{h_u h_v h_w}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{h_v h_w}{h_u}\frac{\partial \phi}{\partial u}\right) + \dots\right] .$$




Bitte Rückseite nicht übersehen.

## 3 Multipolmomente (8 Punkte)

(a) Die Multipolmomente $Q$, $\mathbf{p}$, $Q_{ij}$ einer Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ bezüglich eines gegebenen Koordinatensystems seien bekannt. Nun verschieben wir die Ladungsverteilung um den Vektor $\mathbf{a}$, so dass die verschobene Ladungsverteilung in diesem Koordinatensystem durch die Funktion $\rho'(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r} - \mathbf{a})$ gegeben ist. Drücken Sie die Multipolmomente $Q'$, $\mathbf{p}'$, $Q'_{ij}$ der verschobenen Ladungsverteilung durch die Multipolmomente der ursprünglichen Ladungsverteilung aus. Zeigen Sie, dass

  (i) $Q$ grundsätzlich invariant unter beliebigen Verschiebungen ist,

  (ii) $\mathbf{p}$ invariant unter beliebigen Verschiebungen ist, falls $Q = 0$,

  (iii) $Q_{ij}$ invariant unter beliebigen Verschiebungen ist, falls $Q = 0$ und $\mathbf{p} = 0$.

(b) Gegeben ist die Ladungsverteilung

$$\rho(\mathbf{r}) = Q_0 \left[\delta^{(3)}(\mathbf{r} + \ell\mathbf{e}_x) - \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \ell\mathbf{e}_y) + \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \ell\mathbf{e}_x)\right] \ .$$

Berechnen Sie die ersten drei Multipolmomente und geben Sie die zugehörigen Beiträge zum Potential $\phi(\mathbf{r})$ für $|\mathbf{r}| \gg \ell$ an. Wohin müsste der Koordinatenursprung verschoben werden, damit das Dipolmoment verschwindet? Wie groß ist in diesem verschobenen Koordinatensystem das Quadrupolmoment?

Verschoben auf Übungsblatt 12