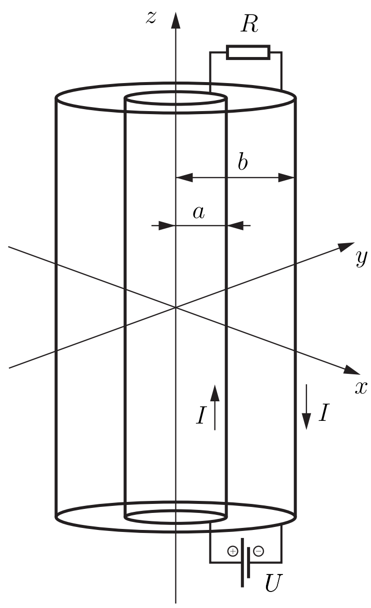
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. F. Loebbert, B.Sc. J. Miczajka, B.Sc. A. Spiering

Pk5 Klassische Theoretische Physik WS 2014/15

Übungsblatt 14, Abgabe am Do. 05.02.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 06.02.15.

1 Energietransport im Koaxialkabel (7 Punkte)



Ein Koaxialkabel besteht aus zwei zylindrischen Leitern mit gemeinsamer Achse. Unser Koaxialkabel hat die Radien a und b, ist unendlich lang und verläuft entlang der z-Achse, wie dargestellt. Am unteren "Ende" schließen wir eine Batterie an, die eine Potentialdifferenz U zwischen den beiden Leitern bewirkt. Am oberen "Ende" verbinden wir die beiden Leiter mit einem ohmschen Widerstand R. Das Koaxialkabel selbst habe keinen Widerstand.

Dieser Aufbau bewirkt, dass sich auf den beiden Leitern des insgesamt neutralen Kabels eine jeweils konstante Ladungsdichte bildet (innen $\sigma_a > 0$, außen $\sigma_b < 0$) und dass durch den inneren Teil ein konstanter Strom I nach oben und durch den äußeren Teil der gleiche Strom I nach unten fließt.

(a) Berechnen Sie das elektrische Feld im gesamten Raum. Schreiben Sie das Ergebnis als Funktion der Spannung U.

(b) Berechnen Sie das magnetische Feld im gesamten Raum.

(c) Berechnen Sie die Energiestromdichte $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ im gesamten Raum. Berechnen Sie den gesamten Energiestrom $\int \mathbf{S} \cdot \mathbf{e}_z \, da$ von unten durch die $z = 0$ Ebene und zeigen Sie, dass dieser Energiestrom gleich der im Widerstand verbrauchten Leistung $P = UI$ ist.

(d) Die Vorzeichen welcher der folgenden Größen ändern sich, wenn die Batterie umgepolt wird: σ_a, σ_b, $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{S}$, P?

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Strom einschalten (8 Punkte)

Gegeben ist ein dünner, unendlich langer, elektrisch neutraler Draht entlang der z-Achse eines Koordinatensystems. Der Strom in Richtung der positiven z-Achse ist gegeben durch

$$I(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ I_0 & \text{für } t \geq 0 \, , \end{cases}$$

d. h. zur Zeit $t = 0$ beginnt ein konstanter Strom I_0 plötzlich im gesamten Leiter zu fließen. Berechnen Sie die elektromagnetischen Potentiale $\phi(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, und leiten Sie daraus für $t > 0$ die Felder $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ her. Erkennen Sie die Felder im Limes $t \to \infty$ wieder?

Hinweis: Es gilt

$$\int \frac{d\xi}{\sqrt{a^2 + \xi^2}} = \ln(\xi + \sqrt{a^2 + \xi^2}) \, .$$

3 Eichtransformation (5 Punkte)

Bestimmen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E}$, das magnetische Feld $\mathbf{B}$, die Ladungsdichte ρ, sowie die Stromdichte $\mathbf{j}$, die zu den Potentialen

$$\phi(\mathbf{r}, t) = 0 \quad , \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qt}{r^2} \, \mathbf{e}_r$$

gehören. Finden Sie eine Funktion $\Lambda(\mathbf{r}, t)$ so, dass die Eichtransformation

$$\phi' = \phi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \boldsymbol{\nabla}\Lambda$$

das Vektorpotential verschwinden lässt. Berechnen Sie das transformierte skalare Potential ϕ'. Wie unterscheiden sich die elektromagnetischen Felder, die zu den eichtransformierten Potentialen gehören, von den ursprünglichen?