Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. I. Bierenbaum

Pk5 Klassische Theoretische Physik WS 2015/16

Präsenzübung am 16.10.2015

1 Koordinatensysteme

Berechnen Sie die Basisvektoren, die Linienelemente, die Flächenelemente, das Volumenelement und den Nabla-Operator für

(a) Zylinderkoordinaten $(r_\perp, \varphi, z)$ mit $r_\perp = 0..\infty$, $\varphi = 0..2\pi$ und $z = -\infty..\infty$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_\perp \cos\varphi \\ r_\perp \sin\varphi \\ z \end{pmatrix} ,$$

(b) Kugelkoordinaten (r, θ, φ) mit $r = 0..\infty$, $\theta = 0..\pi$ und $\varphi = 0..2\pi$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r\sin\theta\cos\varphi \\ r\sin\theta\sin\varphi \\ r\cos\theta \end{pmatrix} ,$$

(c) *Bonus:* Parabolische Koordinaten (u, v, φ) mit $u, v = 0..\infty$ und $\varphi = 0..2\pi$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} u\,v\cos\varphi \\ u\,v\sin\varphi \\ (u^2 - v^2)/2 \end{pmatrix} .$$

2 Ableitungen

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen und drücken Sie das Ergebnis als Linearkombination der Basisvektoren aus.

(a) Zylinderkoordinaten: $\frac{\partial \mathbf{e}_\perp}{\partial r_\perp}, \frac{\partial \mathbf{e}_\perp}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_\perp}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial r_\perp}, \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial r_\perp}, \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial z}.$

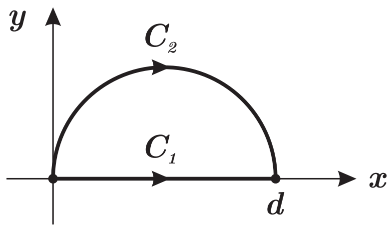
(b) Kugelkoordinaten: $\frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial r}, \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \varphi}.$

Bitte Rückseite nicht übersehen.

3 Wegintegral

Das Wegintegral

$$W = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$$



soll für die Federkraft $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$ und verschiedene Wege zwischen dem Anfangspunkt $\mathbf{r}_0 = 0$ und dem Endpunkt $\mathbf{r}_1 = d\mathbf{e}_x$ berechnet werden. Als Wege sollen eine Gerade C_1 und ein Halbkreis C_2 mit Radius $d/2$ betrachtet werden. Das Wegintegral gibt die Arbeit an, die die Kraft am Teilchen bei der Bewegung längs des Wegs verrichtet.