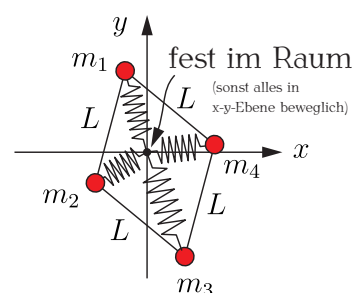


ÜBUNGSBLATT 4, Abgabe am Do. 12.11.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 13.11.15.

1 Gefedertes Parallelogramm

Die vier Punktmassen m_1, m_2, m_3 und m_4 können sich nur in der x - y -Ebene bewegen und sind durch Stäbe der Länge L starr miteinander verbunden. Außerdem sind sie durch Federn am Punkt $(x, y) = (0, 0)$ befestigt. Die Federn sind drehbar um den Ursprung gelagert und sind so konstruiert, dass sie sich selbst bei sehr großen Auslenkungen nicht ineinander verhaken.



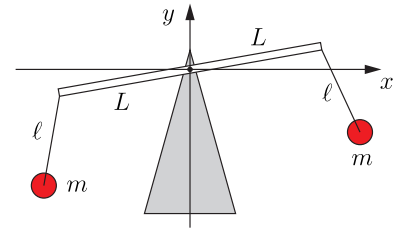
- (a) Schreiben Sie die Zwangsbedingungen auf und zählen Sie die verbleibenden Freiheitsgrade des Systems. Führen Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten q_α ein und drücken Sie die Orte \mathbf{r}_i der Massen durch diese Koordinaten aus.
- (b) Die Kraft \mathbf{F}_i , die die zugehörige Feder auf die i -te Masse ausübt, hat den Betrag $|\mathbf{F}_i| = k|\mathbf{r}_i|$ und zeigt von der Masse zum Ursprung des Koordinatensystems; sie kann also geschrieben werden als $\mathbf{F}_i = -k\mathbf{r}_i$. Berechnen Sie für jede verallgemeinerte Koordinate q_α die entsprechende verallgemeinerte Kraft Q_α , die aus den Federkräften resultiert.

Tipp: Es gilt $f \frac{df}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} f^2$.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Pendel am Balken

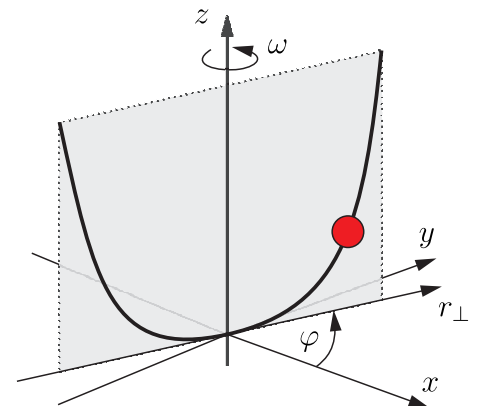
Zwei punktförmige Pendelkörper mit jeweils einer Masse m sind über masselose Stäbe der Länge ℓ an den Enden eines masselosen Balkens der Länge $2L$ aufgehängt. Der Balken selbst ist drehbar um eine Achse durch seine Mitte gelagert. Die Bewegung des Balkens und der Pendelkörper findet nur in der x - y -Ebene statt.



- Wie viele Freiheitsgrade hat das System? Geben Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten an und drücken Sie damit die Positionen der beiden Pendelkörper aus.
- Auf die Pendelkörper wirkt jeweils die Gravitationskraft $\mathbf{F} = -mge_y$. Berechnen Sie für jede verallgemeinerte Koordinate die zugehörige verallgemeinerte Kraft.

3 Perle auf einem Draht

Ein masseloser Draht hat die Form des Graphen von $z = ar_{\perp}^4$ ($a = \text{konst.}$) und ist drehbar um die z -Achse gelagert, siehe Abbildung. Eine als punktförmig anzusehende Perle der Masse m kann reibungsfrei entlang des Drahtes gleiten. Auf die Perle wirkt die Gewichtskraft.



- Zunächst könne sich der Draht frei drehen. Schreiben Sie die Zwangsbedingung(en) auf. Wie viele Freiheitsgrade hat das System? Führen Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten ein und drücken Sie die Position \mathbf{r} der Perle in diesen Koordinaten aus. In welche Richtung(en) zeigt die Zwangskraft? In welche Richtung(en) zeigt die virtuelle Verrückung $\delta\mathbf{r}$? Ist das Prinzip der virtuellen Arbeit erfüllt? Geben Sie die von der Gewichtskraft herrührenden verallgemeinerten Kräfte an.
- Nun könne der Draht sich *nicht* frei drehen, sondern werde durch einen Motor angetrieben, der ihn mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotieren lässt. Beantworten Sie dieselben Fragen/Aufgaben wie in Teil (a), wobei hier die wörtliche Beschreibung der Richtungen der Zwangskraft und der virtuellen Verrückung ausreichend ist.