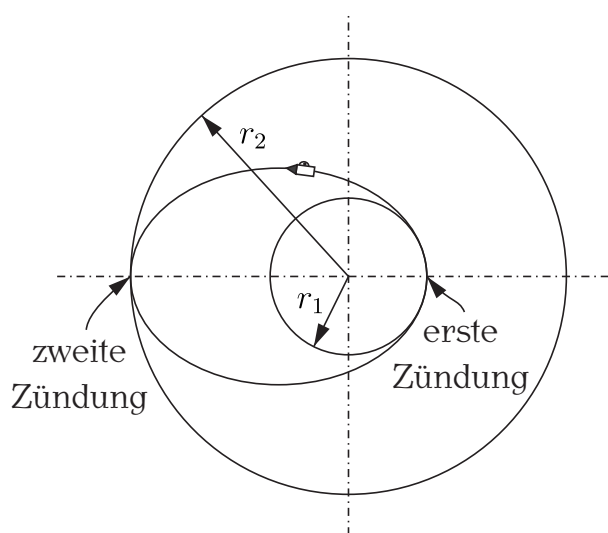


ÜBUNGSBLATT 7, Abgabe am Do. 03.12.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 04.12.15.

1 Raumsfahrt

Sie befinden sich mit Ihrem Raumschiff auf einer kreisförmigen Umlaufbahn mit Radius r_1 um die Erde. Ihre Geschwindigkeit ist so, dass Sie diese Umlaufbahn ohne Antrieb halten. Nun möchten Sie auf eine kreisförmige Umlaufbahn mit Radius $r_2 > r_1$ wechseln. Als erfahrene(r) Astronaut(in) wissen Sie, dass dies am sparsamsten erreicht werden kann, wenn Sie zunächst Ihre Triebwerke zünden, um in eine elliptische Umlaufbahn zu gelangen, deren erdnächster Punkt den Abstand r_1 und deren erdfernster Punkt den Abstand r_2 hat. Auf dieser Ellipsenbahn lassen Sie sich dann bis zum erdfernsten Abstand treiben und zünden dort ihre Triebwerke erneut, um in die gewünschte kreisförmige Umlaufbahn zu gelangen.



Wir nehmen an, dass die Triebwerkszündungen zu einem sofortigen Geschwindigkeitszuwachs in tangentialer Richtung Ihrer aktuellen Bewegung führen. Welchen Geschwindigkeitszuwachs müssen Sie bei den beiden Zündungen erreichen? Wie lange dauert das gesamte Manöver?

Welche Zahlenwerte erhalten Sie für den Fall, dass Sie sich ursprünglich 200 km über der Erde befinden und zur Umlaufbahn des Mondes wollen?

Hinweis: Sie können die Masse des Raumschiffs gegenüber der Masse der Erde getrost vernachlässigen. Ein paar nützliche Konstanten sind $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $R_{\text{Erde}} = 6370 \text{ km}$, $m_{\text{Erde}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $r_{\text{Mondbahn}} = 384\,000 \text{ km}$.

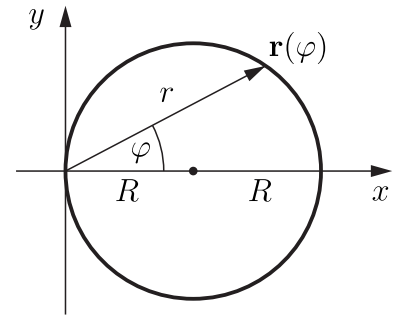
Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 “Bumerang”

Auf ein Teilchen wirkt eine Zentralkraft der Form

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{A}{r^\alpha} \mathbf{e}_r .$$

Sie beobachten, dass sich das Teilchen in der x - y -Ebene auf einer Kreisbahn mit Radius R durch den Ursprung bewegt.



- Bestimmen Sie die Bahnkurve $\mathbf{r}(\varphi)$ mit Hilfe der nebenstehenden Zeichnung.
- Mit welcher Potenz α muss die Kraft abfallen, damit die obige Bahnkurve überhaupt eine Lösung ist.

Tipp: Starten Sie vom Energiesatz.

3 Umlaufbahnen

Ein Satellit befindet sich mit der Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit Radius R um die Erde. Die Masse m_S des Satelliten ist wesentlich kleiner als die Masse m_E der Erde, so dass Sie $m_S + m_E \approx m_E$ verwenden dürfen.

- Nehmen Sie an, dass sich urplötzlich die Masse der Erde auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes verringert¹. Auf welcher Art Umlaufbahn befindet sich der Satellit nun? Wird er sich beliebig weit von der Erde entfernen?
- Nehmen Sie dieses Mal an, dass mit der Erde nichts passiert, aber dass aus Versehen die Triebwerke des Satelliten kurzfristig zünden und dem Satellit zusätzlich zu seiner ursprünglichen Geschwindigkeit eine radial nach außen gerichtete Geschwindigkeitskomponente mit demselben Betrag v erteilen. Auf welcher Art Umlaufbahn befindet sich der Satellit nun?

¹Die Masse sei spurlos verschwunden. Fragen Sie nicht warum—das habe ich mir so ausgedacht.