Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. I. Bierenbaum

Pk5 Klassische Theoretische Physik WS 2015/16

Übungsblatt 8, Abgabe am Do. 10.12.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 11.12.15.

1 Coulombgesetz

(a) Das Newtonsche Gravitationsgesetz und das Coulombsche Kraftgesetz für elektrische Ladungen haben dieselbe Form und insbesondere dieselbe Abstandsabhängigkeit. Suchen Sie sich alle Konstanten zusammen und berechnen Sie das Verhältnis der elektrischen zur gravitativen Anziehungskraft zwischen einem Elektron und einem Proton.

(b) Zwei Punktmassen mit jeweils der Masse m tragen jeweils die Ladung Q und sind an einem gemeinsamen Punkt mittels zweier masseloser Schnüre der Länge L aufgehängt. Stellen Sie eine Gleichung für den Winkel α, der sich zwischen den Schnüren ausbildet, auf. Lösen Sie diese Gleichung unter der Annahme, dass dieser Winkel klein ist, nach α auf.

(c) An den Stellen $\pm d\,\mathbf{e}_y$ (für gegebenes endliches d) befindet sich jeweils eine fixierte Punktmasse mit der Ladung $Q_0 > 0$. Ein frei bewegliches Teilchen mit Masse m und Ladung $Q < 0$ befindet sich am Ursprung genau zwischen diesen Ladungen. Nun wird dem Teilchen im Ursprung instantan eine Geschwindigkeit in x-Richtung gegeben. Wie groß muss diese Geschwindigkeit mindestens sein, damit das Teilchen nach $x \to \infty$ entkommen kann?

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Geladene Ebene

Berechnen Sie mit Hilfe der allgemeinen Formel

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\sigma(\mathbf{r}')\,(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\, da'$$

das elektrische Feld, das sich um eine unendlich ausgedehnte, homogen geladene Ebene ausbildet. Die Flächenladungsdichte sei $\sigma(\mathbf{r}') = \frac{Q}{A} = \sigma_0 = \text{konst.}$ In welche Richtung zeigt das elektrische Feld? Mit welcher Potenz fällt die elektrische Feldstärke mit dem Abstand von der Ebene ab? Vergleichen Sie dies mit dem Abfall der elektrischen Feldstärke einer Punktladung bzw. eines homogen geladenen, geraden, dünnen Drahtes.

Tipp: Es mag helfen, Zylinderkoordinaten zu benutzen und das Koordinatensystem so zu legen, dass die geladene Ebene in der $r_\perp$-φ-Ebene liegt und der Aufpunkt $\mathbf{r}$ senkrecht über dem Ursprung. Integrieren Sie zuerst über den Polarwinkel φ.

3 Satz von Gauß

Gegeben ist das Vektorfeld $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = 4x\mathbf{e}_x - 2y^2\mathbf{e}_y + z^2\mathbf{e}_z$ und das zylindrische Volumen V mit $x^2 + y^2 \leq 4$ und $0 \leq z \leq 3$.

(a) Berechnen Sie die Divergenz $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{F}$ des Vektorfeldes.

(b) Berechnen Sie das Volumenintegral $\int_V \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{F}\, dV$.

(c) Berechnen Sie das Flächenintegral $\oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, da$ über die Oberfläche des Volumens V, wobei $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{r})$ der äußere Normalenvektor zur Oberfläche an der Stelle $\mathbf{r}$ ist. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Ergebnis aus (c).