

ÜBUNGSBLATT 11, Abgabe am Do. 14.01.16,
Besprechung in den Übungen am Fr. 15.01.16.

1 Multipolmomente

- (a) Die Multipolmomente Q , \mathbf{p} , Q_{ij} einer Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ bezüglich eines gegebenen Koordinatensystems seien bekannt. Nun verschieben wir die Ladungsverteilung um den Vektor \mathbf{a} , so dass die verschobene Ladungsverteilung in diesem Koordinatensystem durch die Funktion $\rho'(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r} - \mathbf{a})$ gegeben ist. Drücken Sie die Multipolmomente Q' , \mathbf{p}' , Q'_{ij} der verschobenen Ladungsverteilung durch die Multipolmomente der ursprünglichen Ladungsverteilung aus. Zeigen Sie, dass
- (i) Q grundsätzlich invariant unter beliebigen Verschiebungen ist,
 - (ii) \mathbf{p} invariant unter beliebigen Verschiebungen ist, falls $Q = 0$,
 - (iii) Q_{ij} invariant unter beliebigen Verschiebungen ist, falls $Q = 0$ und $\mathbf{p} = 0$.
- (b) Gegeben ist die Ladungsverteilung

$$\rho(\mathbf{r}) = Q_0 [\delta^{(3)}(\mathbf{r} + \ell\mathbf{e}_x) - \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \ell\mathbf{e}_y) + \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \ell\mathbf{e}_x)] .$$

Berechnen Sie die ersten drei Multipolmomente und geben Sie die zugehörigen Beiträge zum Potential $\phi(\mathbf{r})$ an. Wohin müsste der Koordinatenursprung verschoben werden, damit das Dipolmoment verschwindet? Wie groß ist in diesem verschobenen Koordinatensystem das Quadrupolmoment?

Bitte Rückseite nicht übersehen.

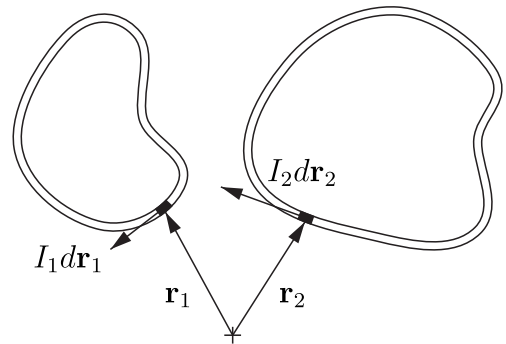
2 Drittes Newtonsches Gesetz für magnetische Kräfte

Gegeben sind zwei Stromschleifen. Der Beitrag $d\mathbf{B}(\mathbf{r}_1)$ zum Magnetfeld am Ort \mathbf{r}_1 verursacht durch das Stromelement $I_2 d\mathbf{r}_2$ der zweiten Stromschleife am Ort \mathbf{r}_2 ist gegeben durch

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\mathbf{r}_2 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} .$$

Der Beitrag zur Gesamtkraft auf die erste Schleife vom Stromelement $I_1 d\mathbf{r}_1$ am Ort \mathbf{r}_1 ist gegeben durch

$$d\mathbf{F}_{12} = I_1 d\mathbf{r}_1 \times d\mathbf{B}(\mathbf{r}_1) .$$



- Zeigen Sie, dass für bestimmte Orientierungen der Stromelemente $I_1 d\mathbf{r}_1$ und $I_2 d\mathbf{r}_2$ der Beitrag $d\mathbf{F}_{12}$ zur Kraft von 2 auf 1 *nicht* das Negative des Beitrags $d\mathbf{F}_{21}$ zur Kraft von 1 auf 2 ist, d.h. dass das dritte Newtonsche Gesetz für *einzelne* Stromelemente nicht notwendigerweise erfüllt ist.
- Schreiben Sie das Integral der Beiträge $d\mathbf{F}_{12}$ und $d\mathbf{F}_{21}$ über die beiden Stromschleifen auf und zeigen Sie, dass die so ausgedrückten Gesamtkräfte \mathbf{F}_{12} und \mathbf{F}_{21} das dritte Newtonsche Gesetz erfüllen.
- Was gilt für die Gesamtkraft einer Stromschleife auf sich selbst?
Hinweis: Sie können unendliche Beiträge ignorieren, die auftreten, wenn $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ ist.

3 Magnetfeld eines unendlichen Drahtes

Benutzen Sie das Biot-Savart-Gesetz

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} ,$$

um das Magnetfeld eines dünnen, unendlich langen, mit konstanter Stromstärke I durchflossenen Drahtes zu berechnen.

