Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. F. Loebbert, B.Sc. J. Miczajka

Pk6 Quantenmechanik SS 2015

Präsenzübung am 17.04.2015

1 Differentialgleichungen

Finden Sie die Menge aller Funktion $\psi(x)$, die die Differentialgleichung

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0$$

für gegebenes $k \in \mathbb{R}$ erfüllen.
Für jeden der folgenden Fälle, bestimmen Sie nun die Funktion(en) aus dieser Menge, die zusätzlich die Bedingungen

(a) $\psi(0) = a\,, \ \frac{d\psi}{dx}(0) = b$

(b) $\psi(0) = 1\,, \ \psi(\frac{\pi}{2k}) = 1$

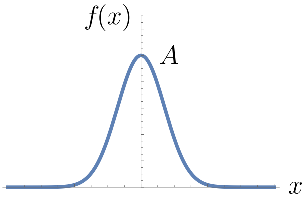
(c) $\psi(0) = 1\,, \ \psi(\frac{\pi}{k}) = 1$

(d) $\psi(0) = 1\,, \ \psi(\frac{\pi}{k}) = -1$

erfüllen.

2 Integration

Der Graph der Funktion $f(x) = Ae^{-ax^2}$ mit $a > 0$ hat die nebenstehende Form. Bestimmen Sie die Konstante A so, dass die Fläche zwischen der x-Achse und dem Graphen den Wert 1 hat.
Tipp: Falls Sie auf das Integral $I = \int_{x=-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx$ stoßen sollten, dann berechnen Sie doch einfach



$$I^2 = \int_{x=-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \int_{y=-\infty}^{\infty} e^{-ay^2} dy = \int_{x=-\infty}^{\infty}\int_{y=-\infty}^{\infty} e^{-a(x^2+y^2)} dx\, dy$$

indem Sie zu Polarkoordinaten übergehen und dann die Wurzel ziehen.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

3 Matrizen

(a) Berechnen Sie für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -2i \\ 2i & 1 \end{pmatrix}$$

die folgenden Ausdrücke

$$AB \quad , \quad BA \quad , \quad A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} \quad , \quad B^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} \quad , \quad (A+B)^{\mathrm{T}} \quad , \quad A^{-1} \quad , \quad C^{-1}$$

(b) Geben Sie mindestens zwei Lösungen der folgenden Gleichung für die Matrix X an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4 Komplexe Zahlen

Berechnen Sie für die folgenden komplexen Zahlen z, das komplex Konjugierte z^*, den Realteil $\operatorname{Re} z$, den Imaginärteil $\operatorname{Im} z$, das Inverse $\frac{1}{z}$, das Quadrat z^2, das Betragsquadrat $|z|^2$ und die Polardarstellung $re^{i\varphi}$:

(a) $z = 1 + i$

(b) $z = \cos\alpha + i\sin\alpha$

Skizzieren Sie folgende Punktmengen in der komplexen Ebene:

(c) $\{z \in \mathbb{C} : z^2 = 1\}$

(d) $\{z \in \mathbb{C} : |z|^2 = 1\}$