Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. F. Loebbert, B.Sc. J. Miczajka

Pk6 Quantenmechanik SS 2015

Übungsblatt 1, Abgabe am Do. 23.04.15 vor der Vorlesung,
Besprechung in den Übungen am Fr. 24.04.15.

0 Einschreibung

Schreiben Sie sich in die zu dieser Veranstaltung zugeordneten Online-Kurse auf **Moodle** und **Scalable-Learning** ein! Die URLs und Einschreibeschlüssel sowie nähere Infos zu Sinn und Zweck finden Sie auf dem Merkblatt, das Ihnen in der ersten Vorlesung ausgehändigt wurde.

1 Komplexe Zahlen

Berechnen Sie für die folgenden komplexen Zahlen z, das komplex Konjugierte z^*, den Realteil $\operatorname{Re} z$, den Imaginärteil $\operatorname{Im} z$, das Inverse $\frac{1}{z}$, das Quadrat z^2, das Betragsquadrat $|z|^2$ und die Polardarstellung $re^{i\varphi}$ (a und b seien reell):

(a) $z = (1+i)^2$
(b) $z = \frac{1-i}{2+i}$
(c) $z = a + ib$
(d) $z = \sqrt{1+i}$
(e) $z = i^i$

2 Wahrscheinlichkeitsrechnung

(a) Sei a eine diskrete Zufallsvariable, die die Werte 0,1,2,3 annehmen kann und damit den Ausgang eines Experiments angibt. Ihr Assistent führt das Experiment wiederholt durch und misst dabei die folgenden Häufigkeiten:

a	0	1	2	3
n_a	166	280	?	512

Leider kann er sich an n_2 nicht mehr erinnern. Allerdings weiß er noch, dass die Varianz der Verteilung $\sigma_a^2 = 1{,}446$ beträgt. Finden Sie den (arithmetischen) Mittelwert $\langle a \rangle$ der Verteilung.
Hinweis: Runden Sie nicht während der Berechnung von n_2.

(b) Die Schwingung eines Federpendels mit Amplitude A und Kreisfrequenz ω wird beschrieben durch die Funktion

$$x(t) = A \cos \omega t \; .$$

Der Pendelkörper schwingt zwischen den Punkten $x = -A$ und $x = A$ hin und her. Nehmen wir an, Sie schauen zu einem zufälligen Zeitpunkt auf das Pendel. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Pendelkörper an einer bestimmten Position x befindet, ist umgekehrt proportional zum Betrag der Geschwindigkeit, die der Pendelkörper an dieser Position besitzt; in Formelsprache $\rho(x) \sim \frac{1}{|v(x)|}$.

- Berechnen Sie die (normierte) Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x)$. *Tipp:* Es gilt $|\sin\alpha| = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$.
- Berechnen Sie den Mittelwert $\langle x \rangle$ und die Varianz σ_x^2 der Verteilung.
- Wenn Sie wetten müssten, wo Sie den Pendelkörper sehen werden. Auf welches x würden Sie setzen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Pendelkörper im Intervall $-\frac{A}{2} \leq x \leq \frac{A}{2}$ befindet?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sich *genau* am Punkt $\frac{A}{2}$ befindet? *Vorsicht:* Die Gesamtwahrscheinlichkeit für alle möglichen Positionen ist bekanntlich 1!

Es gilt

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \pi \; , \quad \int_{-1}^{1} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \; , \quad \int_{-1}^{1} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2} \; , \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{3} \; .$$

3 Doppelspalt

Betrachten Sie einen Doppelspalt, der im Abstand a von einem Schirm aufgebaut ist und von hinten mit monochromatischem Licht beleuchtet wird. Die schmalen Spalte haben einen Abstand b zueinander. Wir nehmen an, dass a groß im Verhältnis zu b ist, so dass zwei Lichtstrahlen, die von den beiden Spalten ausgehen und im Punkt x auf dem Schirm interferieren, als parallel angenommen werden können. Berechnen Sie den Abstand zwischen dem n-ten und dem $(n+1)$-ten Interferenzmaximum auf dem Schirm, wenn $a = 3\,\mathrm{m}$, $b = 0{,}5\,\mathrm{mm}$ und die Wellenlänge des verwendeten Lichts $\lambda = 700\,\mathrm{nm}$ betragen. Beschränken Sie sich bei Ihren Betrachtungen auf Maxima, deren Abstand zum Schirmmittelpunkt klein gegen a ist.