



ÜBUNGSBLATT 2, Abgabe am Do. 07.05.15,
Besprechung in den Übungen am Fr. 08.05.15.

1 Compton-Effekt und Photoeffekt (8 Punkte)

- (a) **Compton-Effekt:** Ein Photon der Wellenlänge λ stößt elastisch mit einem ruhenden Elektron zusammen. Dadurch wird — wie beim Billardspielen — ein Teil der Energie und des Impulses des Photons auf das Elektron übertragen. Das Photon werde durch den Stoß um einen Winkel ϑ bezüglich seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt. Die Wellenlänge des Photons nach dem Stoß sei λ' . Leiten Sie unter Verwendung von Energie- und Impulserhaltungssatz die Compton-Formel

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta)$$

her, wobei m_e die Masse des Elektrons ist.

Tipp: Die relativistische Energie-Impuls-Beziehung für ein massives Teilchen lautet $E = \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2}$ und für ein Photon lautet sie $E = c|\mathbf{p}|$. Falls Sie Inspiration für einen Ansatz wünschen, werfen Sie einen Blick ins Skript.

- (b) **Photoeffekt:** Im Unterschied zum Compton-Effekt wird beim Photoeffekt das Photon absorbiert, d.h. die gesamte Energie des Photons wird auf das Elektron übertragen. Zeigen Sie, dass der Energie- und Impulserhaltungssatz solch einen Prozess *nicht* erlauben, wenn das Elektron frei ist und somit auch den gesamten Impuls des Photons übernehmen müsste.

Bem.: Der Photoeffekt geschieht nur an gebundenen Elektronen, so dass ein Teil des Photonenimpulses vom Atomrumpf aufgenommen werden kann.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Zerfließen (5 Punkte)

Gegeben sei ein ruhendes Teilchen, dessen Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x, t)$ durch eine Gaußfunktion beschrieben ist. Die Ortsunschärfe zum Zeitpunkt $t = 0$ sei gegeben durch die Standardabweichung

$$\sigma_x = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} . \quad (1)$$

Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Ortsunschärfe auf das Doppelte angewachsen ist

- (a) für ein Elektron, dessen Masse ungefähr $m_e \approx 10^{-31} \text{ kg}$ beträgt,
- (b) für ein Staubkorn der Masse $m_s \approx 1 \text{ g}$.

Geben Sie eine allgemeine Formel für die Zeit Δt_n an, die es dauert, bis die Unschärfe auf das n -fache des ursprünglichen Wertes σ_x gewachsen ist. Schreiben Sie die Formel für allgemeines σ_x und allgemeine Masse m auf.

Hinweis: Sie dürfen Ergebnisse aus der Vorlesung ohne Herleitung übernehmen.

3 Wellenfunktion (7 Punkte)

Betrachten Sie die Wellenfunktion $\psi(x, t) \sim e^{-i\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{4}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ mit $\sigma = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$.

- (a) Normieren Sie $\psi(x, t)$. Zeichnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x, t)$ für $t = 0$ und exemplarische Werte für σ und μ .
- (b) Berechnen Sie das Potential, für das $\psi(x, t)$ die Schrödingergleichung erfüllt.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert von x sowie die Varianz der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte.

Es gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$