



ÜBUNGSBLATT 11, Abgabe am Do. 09.07.15 vor der Vorlesung,  
Besprechung in den Übungen am Fr. 10.07.15.

1 **Spin in beliebiger Richtung (7 Punkte)**

In der Vorlesung wurden die Zustände  $|\pm\rangle_{\mathbf{n}}$  zur Beschreibung der Spinkomponente in Richtung des Einheitsvektors  $\mathbf{n}$  angegeben.

- Weisen Sie nach, dass diese Zustände Eigenzustände von  $\hat{S}_{\mathbf{n}}$  sind.
- Zeigen Sie, dass diese Zustände normiert sind, orthogonal zueinander sind und die Vollständigkeitsrelation erfüllen. Damit haben Sie gezeigt, dass diese Zustände eine vollständige Orthonormalbasis für die Spin-Zustände eines Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchens bilden.

*Tipp:* Erinnern Sie sich an die Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen.

2 **Drehimpulsaddition (6 Punkte)**

Betrachten Sie ein System aus zwei unbeweglichen Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen.

- Welche Dimension hat der Zustandsraum  $\mathcal{H}$ ? Listen Sie explizit die Zustände der Produktbasis auf. Listen Sie explizit die Zustände der Gesamtspinbasis auf.
- Drücken Sie die Zustände in der Produktbasis durch die Zustände in der Gesamtspinbasis aus und umgekehrt.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, den Gesamtdrehimpuls  $\sqrt{2}\hbar$  zu messen, falls die Spins beider Teilchen
  - dieselbe  $z$ -Komponente,
  - entgegengesetzte  $z$ -Komponentenbesitzen?

*Tipp:* Schlagen Sie die Clebsch-Gordan Koeffizienten in der Tabelle aus der Vorlesung nach.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

### 3 Helium-3 (7 Punkte)

Ein Elektron ist im Grundzustand von Tritium, dessen Kern aus einem Proton (Ladung  $+e$ ) und zwei Neutronen (Ladung 0) besteht. Eine Kernreaktion wandelt instantan den Kern in einen Helium-3 Kern um, welcher aus zwei Protonen und einem Neutron besteht (also Gesamtladung  $+2e$  hat).

- (a) Geben Sie die Radialanteile  $R_{10}(r)$  der Wellenfunktion für ein Wasserstoff-artiges Atom an.
- (b) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron im Grundzustand von Helium-3 ist.

*Tipp:* Sie haben gelernt, wie Sie die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass ein System in einem bestimmten Zustand ist, wenn das System zuvor in einem anderen Zustand prepariert wurde.

*Hinweis:* Es ist zum Beispiel  $\int r e^{-xr} dr = -\frac{d}{dx} \int e^{-xr} dr$ .

- (c) Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Elektron im 2p ( $n = 2, \ell = 1$ ) Zustand von Helium-3 ist?

*Bemerkung:* Für diese Aufgabe ist es nicht weiter wichtig, was genau unter dem Wort "Kernreaktion" zu verstehen ist, insbesondere sollen Sie den weiteren, bei dieser Reaktion noch entstehenden Teilchen keine Beachtung schenken.