Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. D. Müller

PK6 QUANTENMECHANIK SS 2018

ÜBUNGSBLATT 3, Abgabe am Fr. 11.05.18 vor der Vorlesung, Besprechung in den Übungen am Fr. 11.05.18.

1 **Komplexe Zahlen** ($3 \cdot 2 = 6$ Punkte)

Berechnen Sie für die folgenden komplexen Zahlen z, das komplex Konjugierte z^*, das Inverse $\frac{1}{z}$, das Quadrat z^2 und das Betragsquadrat $|z|^2$ jeweils in kartesischer Darstellung (d.h. als $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$). Schreiben Sie die Zahlen außerdem in Polardarstellung $re^{i\varphi}$ mit $r, \varphi \in \mathbb{R}$.

a) $z = (1 + i)^2$ b) $z = \dfrac{1 - i}{2 + i}$ c) $z = \sqrt{1 + i}$

2 **Freies Teilchen** ($2 + 1 + 2 = 5$ Punkte)

Ein freies, nicht-relativistisches Teilchen sei in dem Zustand, der durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x, t) = e^{-4{,}7\,\mathrm{kHz}\cdot it} \sin \frac{9{,}5\,x}{\mathrm{mm}}$$

beschrieben wird.

a) Formen Sie die Wellenfunktion in eine Summe von Partialwellen um. Aus wie vielen Partialwellen besteht der Zustand? Lesen Sie die Amplituden A_i und die Wellenzahlen k_i ab.

Tipp: Euler-Formel

b) Welche Masse besitzt das Teilchen?

c) Welche Geschwindigkeiten können sich bei einer Messung ergeben und mit welchen Wahrscheinlichkeiten werden sie gemessen?

Bitte Rückseite nicht übersehen.

3 **Wellenfunktion und Aufenthaltswahrscheinlichkeit** ($3 \cdot 3 = 9$ Punkte)

Gegeben ist die Wellenfunktion

$$\Psi(x,t) \sim e^{-i\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{4}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

mit $\sigma = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$ für ein Teilchen mit Masse m. Die Größen μ und ω sind konstante Parameter der Wellenfunktion.

(a) Normieren Sie $\Psi(x,t)$. Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x,t)$ für $t = 0$ und exemplarische Werte für σ und μ.

(b) Berechnen Sie das Potential, für das $\Psi(x,t)$ die Schrödingergleichung erfüllt.

(c) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle x \rangle$ sowie die Standardabweichung Δx.

Es gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}\ , \qquad \int_{-\infty}^{\infty} x\,e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = 0\ , \qquad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\ .$$