Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. D. Müller

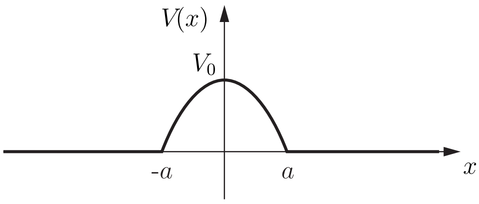
PK6 QUANTENMECHANIK SS 2018

ÜBUNGSBLATT 8, Abgabe am Do. 14.06.18 vor der Vorlesung, Besprechung in den Übungen am Fr. 15.06.18.

1 **Tunneleffekt** (6 Punkte)

Ein konstanter Strom j_{ein} aus Teilchen der Energie E mit $0 < E < V_0$ laufe von links auf ein breites Potential der folgenden Form zu:

$$V(x) = \begin{cases} (1 - x^2/a^2)V_0 & \text{für } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Berechnen Sie näherungsweise (d.h. verwenden Sie die Gamow-Formel) den durch die Potentialbarriere tunnelnden Strom j_{trans}.
Es gilt

$$\int\limits_{x=-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}\ .$$

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 **Harmonischer Oszillator** ($5+4+3+2=14$ Punkte)

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einem harmonischen Oszillatorpotential $V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ und befinde sich im Zustand mit der normierten Wellenfunktion

$$\Psi(x,t)=A\left(e^{-\frac{i\omega t}{2}}+\frac{ix}{a}\,e^{-\frac{3i\omega t}{2}}\right)e^{-\frac{x^2}{2a^2}}\ ,$$

mit der Abkürzung $a=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ und der Normierungskonstanten $A=\sqrt{\frac{2}{3a\sqrt{\pi}}}$.

a) Zeigen Sie, dass die obige Wellenfunktion die Schrödigergleichung löst.

b) Welche Werte sind bei einer Energiemessung am obigen Zustand möglich und wie groß sind die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten?

c) Berechnen Sie den Ortserwartungswert $\langle x\rangle(t)$ als Funktion der Zeit.

d) Zeigen Sie, dass der Ortserwartungwert die Newtonsche Bewegungsgleichung für ein Teilchen im Potential $V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ erfüllt.

Es gilt

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x=\sqrt{\pi}\ ,\quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}\,\mathrm{d}x=0\ ,\quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2e^{-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\ ,\quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^3e^{-x^2}\,\mathrm{d}x=0\ .$$