Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
PD Dr. T. Klose, Dr. D. Müller

Pk6 Quantenmechanik SS 2018

Übungsblatt 12, Abgabe am Do. 12.07.18 vor der Vorlesung,
Besprechung in den Übungen am Fr. 13.07.18.

1 **Kompatible Observablen** $(1 + 10 = 11$ Punkte)

Gegeben ist ein System mit dreidimensionalem Zustandsraum und den zwei Observablen A und B, die durch die beiden Operatoren

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -\sqrt{2}i \\ 1 & 1 & \sqrt{2}i \\ \sqrt{2}i & -\sqrt{2}i & 0 \end{pmatrix}$$

definiert sind.

a) Zeigen Sie die Kompatibilität der Observablen durch Berechnen des Kommutators $[\hat{A}, \hat{B}]$.

b) Berechnen Sie gemeinsame, orthonormale Eigenzustände von $\hat{A}$ und $\hat{B}$ und geben Sie deren Eigenwerte an.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 **Inkompatible Observablen** $(1+1+3+1+3=9$ Punkte)

Betrachten Sie ein System mit den drei normierten Zuständen

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

sowie dem Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \varepsilon \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{pmatrix}$$

mit $\varepsilon > 0$.

a) Eine Observable A habe im Zustand $|n\rangle$ den wohldefinierten Wert $A_n = n$ für $n = 1{,}2{,}3$. Geben Sie den zugehörigen Operator $\hat{A}$ an.

b) Zeigen Sie durch Berechnen des entsprechenden Kommutators, dass A und die Energie inkompatibel sind.

c) Berechnen Sie das Energiespektrum und die Energieeigenzustände.

d) Wie groß ist im Grundzustand die Wahrscheinlichkeit, dass $A = 1$ ist?

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Messung von A zur Zeit $t = \hbar\pi/\varepsilon$ den Wert 3 ergibt, wenn A bei $t = 0$ den Wert 1 mit Wahrscheinlichkeit 1 hatte?