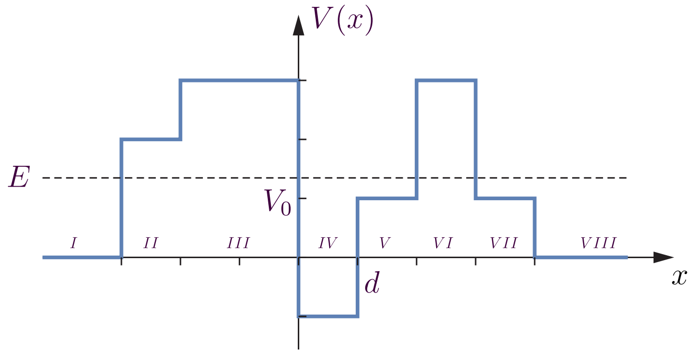
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Thomas Klose, Sascha Peitzsch, José Enrique Álvarez Roca

Pk6 Quantenmechanik SS 2019

Präsenzaufgaben 9 am 07.06.2019

1 Stufiges Potential

Das abgebildete Potential besitzt die abschnittsweise konstanten Werte $-V_0$, 0, V_0, $2V_0$ und $3V_0$. Die Breite der Abschnitte *II* bis *VII* ist d bzw. $2d$, wie gezeichnet.



In dieser Aufgabe untersuchen Sie Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung mit Energie E zwischen V_0 und $2V_0$.

a) Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Wellenfunktion.

b) Geben Sie für jeden Abschnitt *I* bis *VIII* separat die allgemeinen Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichungen an. Wie viele freie Parameter besitzen diese Lösungen insgesamt?

c) Wieviele Anschlußbedingungen gibt es? Wie viele freie Parameter bleiben demnach übrig, wenn die abschnittweisen Lösungen aneinander gestückelt worden sind? Mit welchen physikalischen (experimentellen) Größen kann man diese freien Parameter in Beziehung setzen?

d) Wie liest man an den vielen Parametern den Transmissions- und den Reflexionskoeffizienten ab?

e) Wie ändert sich die Zählung der Parameter, wenn man die konstanten Abschnitte durch *lineare* Abschnitte mit den Steigungen m_{II} bis m_{VII} ersetzt?

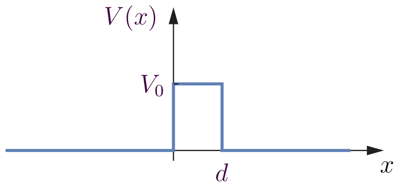
f) Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten für das gesamte Potential in der Gamow-Näherung

$$T = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int \sqrt{2m(V(x)-E)}\,\mathrm{d}x\right].$$

2 Potentialbarriere

Wir betrachten die folgende Potentialbarriere

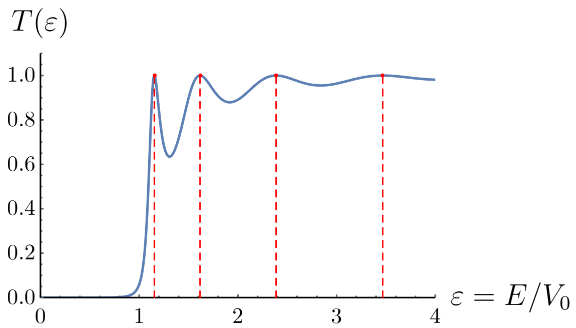
$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für } 0 < x < d \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



mit $V_0 > 0$.

a) Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf einer Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung mit Energie im Bereich $0 < E < V_0$ und einer weiteren im Bereich $E > V_0$.

b) Der exakte Transmissionskoeffizient T für dieses Potential ist gegeben durch



$$T(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \frac{\sin^2\left(q\sqrt{\varepsilon-1}\right)}{4\varepsilon(\varepsilon-1)}},$$

wobei $\varepsilon = E/V_0$ und $q = \frac{d}{\hbar}\sqrt{2mV_0}$. Die Größe ε gibt die Energie des Teilchens als Vielfaches der Barrierenhöhe an und q ist einfach eine abkürzende Schreibweise. Beschreiben Sie in Worten, was Sie aus diesem Diagramm ablesen und versuchen Sie eine Erklärung, warum dieser Verlauf plausibel ist.

Bonusaufgabe

c) Der Transmissionskoeffizient besitzt Maxima ($T = 1$, d.h. "Totaltransmission") für $q\sqrt{\varepsilon_n - 1} = n\pi$ mit $n = 1,2,3,\ldots$. Lösen Sie diese Bedingung nach der Energie E_n auf. Berechnen Sie dann für diese Energiewerte die Wellenzahlen k_n oder die Wellenlängen λ_n, die die zugehörigen Lösungen im Bereich $0 < x < d$ besitzen. Dies mag helfen das Auftreten der Maxima zu erklären.