



PRÄSENZAUFGABEN 11 am 21.06.2019

1 Dirac-Formalismus

- a) Geben Sie die Vektordarstellungen der Basiskets $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle, |\rightarrow\rangle, |\leftarrow\rangle, |\otimes\rangle, |\odot\rangle$ an.
 b) Geben Sie die Vektordarstellungen der Basisbras $\langle\uparrow|, \langle\downarrow|, \langle\rightarrow|, \langle\leftarrow|, \langle\otimes|, \langle\odot|$ an.
 c) Berechnen Sie die Matrixdarstellungen der Projektoren

$$\begin{aligned} \hat{P}_\uparrow &= |\uparrow\rangle\langle\uparrow|, & \hat{P}_\rightarrow &= |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|, & \hat{P}_\otimes &= |\otimes\rangle\langle\otimes|, \\ \hat{P}_\downarrow &= |\downarrow\rangle\langle\downarrow|, & \hat{P}_\leftarrow &= |\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|, & \hat{P}_\odot &= |\odot\rangle\langle\odot|, \end{aligned}$$

und prüfen Sie, dass $\hat{P}_\uparrow + \hat{P}_\downarrow = \hat{1}$, $\hat{P}_\rightarrow + \hat{P}_\leftarrow = \hat{1}$ und $\hat{P}_\otimes + \hat{P}_\odot = \hat{1}$ gilt.

- d) Gegeben ist der Zustand $|\psi\rangle = A \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$ mit A reell und positiv.
- (i) Bestimmen Sie A so, dass $|\psi\rangle$ normiert ist.
 - (ii) Sie messen am Zustand $|\psi\rangle$ die S_x -Komponente des Spins. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ρ_\rightarrow erhalten Sie $+\frac{\hbar}{2}$ und in welchen Zustand würde das System bei diesem Messausgang kollabieren?
 - (iii) Berechnen Sie die Zerlegung $|\psi\rangle = |\psi\rangle_\otimes + |\psi\rangle_\odot$, wobei $|\psi\rangle_\otimes \sim |\otimes\rangle$ und $|\psi\rangle_\odot \sim |\odot\rangle$ sein soll, mit Hilfe der Projektoren.
 - (iv) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle S_z \rangle$ und die Unschärfe ΔS_z mit Hilfe des Operators \hat{S}_z .

- e) Seien $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $|\chi\rangle = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ und $|\phi\rangle = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ mit Einträgen aus \mathbb{C} . Zeigen Sie, dass

$$(|\psi\rangle\langle\chi|)|\phi\rangle = |\psi\rangle(\langle\chi|\phi\rangle),$$

wobei auf der linken Seite zuerst das dyadische Produkt und auf der rechten Seite zuerst das Skalarprodukt berechnet werden soll.

Bitte Rückseite ignorieren.