Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Thomas Klose, Sascha Peitzsch, José Enrique Álvarez Roca

Pk6 Quantenmechanik SS 2019

Präsenzaufgaben 13 am 05.07.2019

1 Observable mit Entartung

Die Observable A für ein System mit dreidimensionalem Zustandsraum ist durch den Operator

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

definiert.

a) Berechnen Sie die möglichen Messwerte und zugehörige, normierte und paarweise orthogonale Eigenzustände.

   Hinweis: Benutzen Sie die Bezeichnung $|\alpha_1\rangle$ für den Eigenzustand zum nichtentarteten Messwert und die Bezeichnungen $|\alpha_{2,1}\rangle$ und $|\alpha_{2,2}\rangle$ für die Eigenzustände zum entarteten Messwert.

b) Geben Sie zum entarteten Messwert alternative Eigenzustände $|\alpha'_{2,1}\rangle$ und $|\alpha'_{2,2}\rangle$ an, die ebenfalls normiert und orthogonal zueinander sind, aber die sich von $|\alpha_{2,1}\rangle$ und $|\alpha_{2,2}\rangle$ unterscheiden.

c) Berechnen Sie die Projektoren

$$\begin{aligned} \hat{P}_1 &= |\alpha_1\rangle\langle\alpha_1| \\ \hat{P}_2 &= |\alpha_{2,1}\rangle\langle\alpha_{2,1}| + |\alpha_{2,2}\rangle\langle\alpha_{2,2}| \\ \hat{P}'_2 &= |\alpha'_{2,1}\rangle\langle\alpha'_{2,1}| + |\alpha'_{2,2}\rangle\langle\alpha'_{2,2}| \end{aligned}$$

   und vergleichen Sie $\hat{P}_2$ und $\hat{P}'_2$.

d) Das System befinde sich im Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 1+i \end{pmatrix} .$$

   Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten bei einer A-Messung die möglichen Messwerte zu erhalten und in welchen (normierten) Zustand kollabiert das System in Folge der Messung?