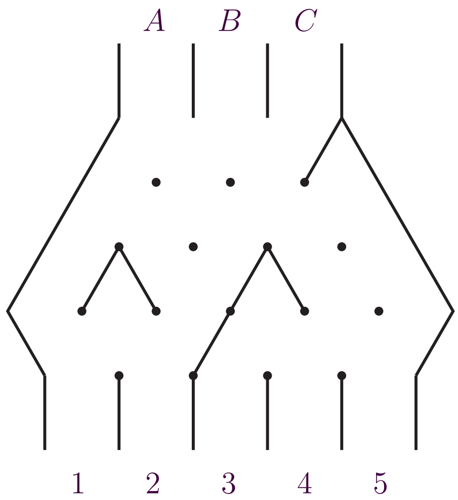
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Thomas Klose, Sascha Peitzsch, José Enrique Álvarez Roca

Pk6 Quantenmechanik SS 2019

Übungsblatt 1, Abgabe: Do. 18.04.19 vor der Vorlesung,
Besprechung: Musterlösung/Tutorium.

1 **Wahrscheinlichkeitsrechnung, diskrete Zufallsvariable** ($3 + 1 + 2 = 6$ Punkte)



In obiger Abbildung sehen Sie ein Galtonsches Zufallsbrett mit mehreren Eingängen und Hinternissen. Wir nehmen an, dass Kugeln in die drei Eingänge mit gleicher Wahrscheinlichkeit geworfen werden.

(i) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten ρ_a, dass eine Kugel am Ausgang $a = 1$, $a = 2$, …, $a = 5$ ankommt.

(ii) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle a \rangle$.

(iii) Berechnen Sie die Unschärfe Δa.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Wahrscheinlichkeitsrechnung, kontinuierliche Zufallsvariable

($2+4+2+3+2+1 = 14$ Punkte)

Die Schwingung eines Federpendels mit Amplitude A und Kreisfrequenz ω wird beschrieben durch die Funktion

$$x(t) = A\cos\omega t \; .$$

Der (punktförmige) Pendelkörper schwingt zwischen den Punkten $x = \pm A$ hin und her. Nehmen wir an, Sie schauen zu einem zufälligen Zeitpunkt t auf das Pendel, d.h. die Zufallsvariable t ist gleichverteilt $\rho_\mathrm{c}(t) = \text{konst.}$

(i) Überlegen Sie sich, auf welches Zeitintervall $[t_1, t_2]$ Sie die Betrachtung aufgrund der Periodizität und der Symmetrie des Schwingungsvorgangs reduzieren können. Berechnen Sie für dieses Intervall den konstanten Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung $\rho_\mathrm{c}(t)$.

(ii) Sei x die Zufallsvariable, die den Ort des Pendelkörpers zur Zeit t angibt. Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x)$ mit Hilfe der Beziehung

$$|\rho_\mathrm{c}(t)\,\mathrm{d}t| = |\rho(x)\,\mathrm{d}x| \; .$$

Tipp: Je nach Rechenweg, benötigen Sie $\left|\frac{\mathrm{d}\arccos\alpha}{\mathrm{d}\alpha}\right| = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}}$ oder $|\sin\alpha| = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

(iii) Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $\rho(x)$.

(iv) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle x\rangle$ und die Unschärfe Δx.

(v) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Pendelkörper im Intervall $-\frac{A}{2} \le x \le \frac{A}{2}$ befindet?

(vi) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sich *genau* am Punkt $\frac{A}{2}$ befindet?

Es gilt

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \pi \; , \quad \int_{-1}^{1} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \; , \quad \int_{-1}^{1} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2} \; , \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{3} \; .$$

Lernziele erreicht?

- Ich kann grob die Bedeutung der Begriffe "Quantisierung", "Superposition", "Nicht-Lokalität", "Unschärfe" im Rahmen der Quantenmechanik erklären.
- Ich kann aus der Beschreibung eines Zufallsexperiments eine zugehörige Zufallsvariable definieren und deren Wertebereich bestimmen. Ich kann diskrete und kontinuierliche Zufallsvariablen unterscheiden.
- Für eine diskrete Zufallsvariable kann ich die Wahrscheinlichkeiten für die möglichen Ausgänge berechnen und weiß durch welche Prozedur diese Wahrscheinlichkeiten experimentell überprüft werden könnten.
- Für eine kontinuierliche Zufallsvariable kann ich die Wahrscheinlichkeitsdichte für die möglichen Ausgänge berechnen und weiß, wie sich daraus die Wahrscheinlichkeiten ergeben.
- Ich kann Erwartungswerte von Funktionen einer (diskreten oder kontinuierlichen) Zufallsvariablen berechnen, insbesondere den Mittelwert und die Varianz.