Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Thomas Klose, Sascha Peitzsch, José Enrique Álvarez Roca

Pk6 Quantenmechanik SS 2019

Übungsblatt 2, Abgabe: Do. 25.04.19 vor der Vorlesung, Besprechung: in den Übungen am Fr. 26.04.19.

1 **Photoeffekt** ($3 + 1 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Hinweis: Rechnen Sie in dieser Aufgabe näherungweise mit $h = 10^{-33}\,\mathrm{J\,s}$, $e = 10^{-19}\,\mathrm{C}$ und $m_e = 10^{-30}\,\mathrm{kg}$. Und es gilt $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{W\,s} = 1\,\mathrm{V\,A\,s} = 1\,\mathrm{V\,C}$.

(a) An einer monochromatischen Lichtquelle können Sie die Frequenz ν und die Intensität S einstellen. Berechnen Sie für die Werte $\nu = 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ und $S = 100\,\mathrm{W/\,m^2}$ die Energie E_γ eines einzelnen Photons des ausgesendeten Lichts sowie die Anzahl N der Photonen, die pro Sekunde auf eine Fläche der Größe $1\,\mathrm{cm}^2$ treffen.

(b) Wird E_γ größer, kleiner oder bleibt es gleich, wenn Sie

(i) die Frequenz erhöhen und die Intensität beibehalten?

(ii) die Intensität erhöhen und die Frequenz beibehalten?

(c) Wird N größer, kleiner oder bleibt es gleich, wenn Sie

(i) die Frequenz erhöhen und die Intensität beibehalten?

(ii) die Intensität erhöhen und die Frequenz beibehalten?

(d) Mit Hilfe des Photoeffekts lässt sich das Plancksche Wirkungsquantum experimentell bestimmen. Nehmen Sie also nun an, dass Ihnen der Wert von h *unbekannt* sei!
Sie bescheinen ein bestimmtes Metall mit Ihrer Lichtquelle für verschiedene Fequenzen und Intensitäten und messen jeweils die Gegenspannung U_c, bei der der Elektronenstrom verschwindet.

ν [Hz]	S [W]	U_c [V]
$2 \cdot 10^{16}$	80	10
$3 \cdot 10^{16}$	120	20

Berechnen Sie daraus den experimentellen Wert von h sowie die Austrittsarbeit der Elektronen für dieses Metall.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 **Energieverteilung** ($1+2+2+1+2+2+1+1 = 12$ Punkte)

Wir betrachten die Energie E eines Systems als Zufallsvariable. Die Energie dieses Systems ist nicht fest, da wir annehmen, dass es mit seiner Umgebung Energie austauschen könne. Es ist ein Resultat der Thermodynamik, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein solches System im thermischen Gleichgewicht die Energie E besitzt, proportional zu

$$e^{-E/kT}$$

ist, wobei k die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur der Umgebung ist.

(a) Kontinuierliche Zufallsvariable: Wir nehmen an, die Energie E könne beliebige Werte im Intervall $[0, \infty)$ annehmen. Obiges Resultat impliziert, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte gegeben ist durch die Funktion

$$\rho(E) = A\, e^{-E/kT} ,$$

wobei A ist eine Normierungskonstante ist.

(i) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte.

(ii) Berechnen Sie den Wert von A aus der Normierungsbedingung.

(iii) Berechnen Sie den Energieerwartungswert.

(b) Diskrete Zufallsvariable: Wir nehmen an, die Energie könne nur nicht-negative Vielfache einer gegebenen Energie ε annehmen, d.h. nur die Werte $E_0 = 0$, $E_1 = \varepsilon$, $E_2 = 2\varepsilon$, $\ldots$. Nach obigem Resultat ist die Wahrscheinlichkeit, die Energie E_n zu finden, gleich

$$\rho_n = A\, e^{-n\varepsilon/kT} ,$$

wobei A ist eine Normierungskonstante ist.

(i) Skizzieren Sie qualitativ die Wahrscheinlichkeiten ρ_n als Funktion von n.

(ii) Berechnen Sie den Wert von A aus der Normierungsbedingung.

(iii) Berechnen Sie den Energieerwartungswert.

(c) Vergleich:

(i) Bei hohen Temperaturen sollte die Quantisierung der Energie keine Rolle spielen, d.h. für $kT \gg \varepsilon$ sollte der Energieerwartungwert aus (b) in den Energieerwartungwert aus (a) übergehen. Zeigen Sie das mit Hilfe der Näherung

$$e^{\varepsilon/kT} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{kT} \qquad (\text{für } kT \gg \varepsilon).$$

(ii) Bei niedrigen Temperaturen sollte die Quantisierung der Energie einen Unterschied machen. Was ist der Erwartungswert aus (b) mit der Näherung

$$e^{-\varepsilon/kT} \approx 0 \qquad (\text{für } kT \ll \varepsilon).$$

Hinweis: Es gilt (für $\alpha > 0$)

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{\alpha}\ , \quad \int_0^\infty x e^{-\alpha x}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{\alpha^2}\ , \quad \sum_{n=0}^\infty e^{-n\alpha} = \tfrac{1}{1-e^{-\alpha}}\ , \quad \sum_{n=0}^\infty n e^{-n\alpha} = \tfrac{e^{-\alpha}}{(1-e^{-\alpha})^2}$$

Neue Lernziele erreicht?

- Ich kenne die Definitionen und die physikalischen Bedeutungen der Begriffe "Amplitude", "Frequenz", "Wellenlänge", "Intensität" einer elektromagnetische Welle sowie mögliche Beziehungen zwischen diesen Größen.
- Ich kann die Zahl (pro Fläche und Zeit) und die Energie der Photonen aus den Daten (Intensität, Frequenz) einer monochromatischen elektromagnetischen Welle berechnen.
- Ich kann den photoelektrischen Effekt erklären, sowie die Gegenspannungsmethode zur Messung des Planckschen Wirkungsquantums und der Austrittsarbeit.