Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik
Thomas Klose, Sascha Peitzsch, José Enrique Álvarez Roca

Pk6 Quantenmechanik SS 2019

Übungsblatt 3, Abgabe: Fr. 02.05.19 vor der Vorlesung, Besprechung: in den Übungen am Fr. 03.05.19.

1 **Comptoneffekt** (5 Punkte)

Ein einfallendes Photon gibt zwei Drittel seiner Energie an ein ruhendes Elektron und wird dabei um einen Winkel von 60° abgelenkt. Wie groß ist die Wellenlänge des ursprünglichen Photons? Geben Sie das Ergebnis als Funktion der Compton-Wellenlänge λ_C sowie den entsprechenden Zahlenwert an.

2 **Nicht-relativistische Comptonformel** ($5 + 2 = 7$ Punkte)

Der Comptoneffekt wird quantitativ exakt erklärt, wenn man die *relativistische* Formel für die Energie des Elektrons benutzt, siehe Vorlesung. In dieser Aufgabe sollen Sie zum Vergleich eine Formel herleiten, die von der *nicht-relativistischen* Energie

$$E_e = \frac{p_e^2}{2m_e}$$

des Elektrons ausgeht. Den Rest[1] übernehmen Sie aus der Vorlesung.

(a) Leiten Sie aus den Gleichungen für Energie- und Impulserhaltung die nicht-relativistische Comptonformel her und bringen Sie sie in die Form

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2m_e c}\left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2\cos\vartheta\right) .$$

(b) Nehmen wir nun an, die Differenz der Wellenlängen $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ sei sehr klein. Dann ist[2]

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\lambda + \Delta\lambda}{\lambda} = 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \qquad \text{und} \qquad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \approx 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda} .$$

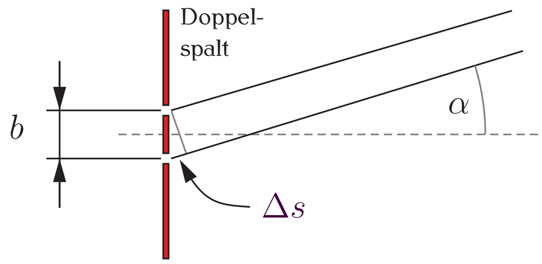
Zeigen Sie, dass unter dieser Annahme Ihre Formel in die übliche Comptonformel übergeht.

Bitte Rückseite nicht übersehen.

---

[1] Die Beziehung zw. Energie, Impuls und Wellenlänge des Photons, die Definition des Streuwinkels, etc.
[2] Taylorentwicklung des zweiten Ausdrucks in $\Delta\lambda$ bis zur ersten Ordnung.

3 **Lichtinterferenz am Doppelspalt** ($1 + 2 + 1 + 2 + 2 = 8$ Punkte)



(a) Leiten Sie eine geometrische Beziehung zwischen dem Streckenunterschied Δs, dem Spaltabstand b und dem Beugungswinkel α her.

(b) Begründen Sie, warum unter der Bedingung $\Delta s = n\lambda$ mit $n \in \mathbb{Z}$ Intensitätsmaxima und unter der Bedingung $\Delta s = (n + \frac{1}{2})\lambda$ mit $n \in \mathbb{Z}$ Intensitätsminima auftreten, wobei λ die Wellenlänge des Lichts ist.

(c) In welchem Verhältnis muss die Wellenlänge λ zum Spaltabstand b stehen, so dass neben dem zentralen Hauptmaximum ($n = 0$) mindestens ein Nebenmaximum ($n = \pm 1$) zu sehen ist?

(d) Wir platzieren einen Schirm im Abstand a zentral hinter dem Doppelspalt. Zeigen Sie, dass die Bedingung für das n-te Intensitätsmaximum unter der Annahme, dass $a \gg b$ und $\alpha \ll 1$ gilt, geschrieben werden kann als

$$x_n \approx \frac{n\,\lambda\,a}{b} ,$$

wobei x_n der Abstand des n-ten Intensitätsmaximums von der Schirmmitte ist.

Hinweis: Für kleine Winkel α ist $\sin\alpha \approx \tan\alpha$.

(e) Experimentell hätten Sie festgestellt, dass die beiden Interferenzmaxima zweiter Ordnung ($n = \pm 2$) auf einem weit entfernten Schirm zueinander einen Abstand von $5{,}2\,\mathrm{cm}$ haben, wenn Sie Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_1 = 620\,\mathrm{nm}$ benutzen. Bei einem anderen Laser mit Wellenlänge λ_2 sei der Abstand bei gleichweit entferntem Schirm nur $4{,}7\,\mathrm{cm}$. Wie groß ist λ_2?

Neue Lernziele erreicht?

- Ich kann die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Photoeffekt und Comptoneffekt erklären.
- Ich kann erklären, auf welche Weise Photoeffekt, Comptoneffekt und Doppelspaltexperiment die Dualität von Welle und Teilchen aufzeigen.
- Ich kenne die relativistische und nicht-relativistische Energie-Impuls-Beziehung für Elektronen und kann Bilanzgleichungen für Energie und Impuls von Elektronen und Photonen aufstellen.
- Ich kann quantitative Rechnungen mit Hilfe der Comptonformel durchführen.
- Ich kann für das Doppelspaltexperiment die Positionen der Interferenzmaxima und -minima aus der Wellenlänge und dem Spaltabstand berechnen (und umgekehrt).