



ÜBUNGSBLATT 7, Abgabe: freiwillig, unbenotet,
Besprechung: im Tutorium am Di. 28.05.19.

1 Zeitentwicklung

Ein Teilchen der Masse m ist im Intervall $[0, L]$ durch unendlich hohe Potentialwände eingesperrt, aber innerhalb des Intervalls kann es sich kräftefrei bewegen. Es wird zur Zeit $t = 0$ durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x,0) = A \cdot \begin{cases} \sin \frac{2\pi x}{L} & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases}$$

beschrieben, wobei A eine Normierungskonstante ist.

- Bestimmen Sie den Wert der Normierungskonstanten A unter der Bedingungen, dass A reell und positiv ist.
- Berechnen Sie die normierte Wellenfunktion $\Psi(x, t)$ für alle Zeiten $t > 0$. (Das Ergebnis ist eine Superposition von unendlich vielen Energieeigenfunktionen. Diese Summe können Sie nicht weiter vereinfachen.)

Hinweis: Die normierten Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung lauten

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} & \text{für } x \in [0, L] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $n = 1, 2, 3, \dots$ und besitzen die Energien $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$. Ferner gilt

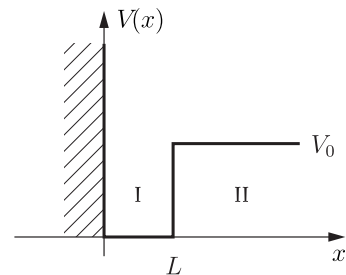
$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) .$$

Bitte Rückseite nicht übersehen.

2 Qualitatives Spektrum und Wellenfunktionen

Ein Teilchen der Masse m befindet sich in folgendem Potential

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \quad (\text{Bereich I}) \\ V_0 & \text{für } x > L \quad (\text{Bereich II}) \end{cases}$$



- Beschreiben Sie (kurz, in Worten) die wirkenden Kräfte und die von ihnen geleistete Arbeit.
- Welches qualitative Energiespektrum erwarten Sie, d.h. sind nur diskrete Energiewerte und/oder kontinuierliche Energieintervalle erlaubt? Kurze Begründung!
- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Wellenfunktion eines normierbaren Zustands mit Energie E zwischen 0 und V_0 .
- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Wellenfunktion eines ungebundenen Zustands mit Energie E größer als V_0 .

Neue Lernziele erreicht?

- Ich kenne die Rechenschritte, die es bei Kenntnis des Spektrums und der Energieeigenfunktionen für ein Teilchen in einem beliebigen Potential benötigt, um aus der Anfangswellenfunktion $\Psi(x,0)$ die Wellenfunktion $\Psi(x,t)$ zu jeder anderen Zeit t zu berechnen.
- Ich kann an einer Skizze des Potentials erkennen, wie das qualitative Energiespektrum des Systems aussieht. Ich erkenne daran ebenfalls, bei welchen Energien das Teilchen eine gebundene und bei welchen Energien es eine ungebundene Bewegung ausführt.
- Ich kann die Graphen von Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung bei vorgegebenem Potential qualitativ zeichnen. Insbesondere verstehe ich die Krümmung, die Wendestellen und das asymptotische Verhalten der Wellenfunktion. Ich weiß, wie der klassisch erlaubte und der klassisch verbotene Bereich definiert ist und welche Bedeutung diese Unterscheidung für das Quantenteilchen hat.