
Die Fadenkonstruktion gekrümmter Spiegel

Lutz Schön

Universität Osnabrück

(aus: DPG (Hrsg.). *Didaktik der Physik – Vortrag auf der Tagung in Jena 1996.*)

Vorbemerkung

Im Vortrag wurde ein einfaches Verfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe die Form von gekrümmten Spiegeln bestimmt wird, die vorher festgelegte optische Eigenschaften haben sollen. Im vorliegenden Beitrag wird die Ausgangssituation beschrieben und die physikalische Begründung für das vorgestellte Konstruktionsverfahren erläutert.

1 Vom Sehen reeller und virtueller Bilder

Wenn wir unsere Augen öffnen, schauen wir vielleicht aus dem Fenster und sehen über eine Stadt hinweg auf bewaldete Hügel. Dort, wo diese nicht sichtbar sind, werden sie von einem Vordergrund verdeckt, vielleicht von einem Fensterkreuz. In diesem Panorama gibt es keine Stelle, die nicht mit Seehinhalten gefüllt wäre. Kein "blinder Fleck" stört die Sicht, obwohl ein solcher auf der Netzhaut vorhanden ist¹.

Der Seehinhalte korrespondiert mit unserer Erfahrung bei der Bewegung im Raum: Wir können zu vielen sichtbaren Objekten hingehen und ihre Anordnung durch Abschreiten ausmessen; wir berühren die Dinge und spüren beispielsweise deren Oberflächenbeschaffenheit.

Ebener Spiegel

Auch der Blick in den ebenen Spiegel zeigt uns eine wohlbekanntere Welt, in der wir uns gut auskennen, denn die Anordnung der im Spiegel gesehenen Objekte entspricht der Anordnung der Objekte vor dem Spiegel, lediglich der Drehsinn ist verändert². Bei gut geputzten Spiegeln kann man diese "Spiegelwelt" für die wirkliche halten. Es gibt jedoch einen grundsätzlichen Unterschied: Wir sehen im Spiegel etwas, das wir nicht greifen können, und bei dem Versuch, es dennoch zu tun, stoßen wir uns an der Oberfläche des Spiegels. Nur Alice³ kann in die

¹Das Bild, das die Augenlinse auf die Netzhaut entwirft, fällt im Bereich des sog. Blinden Fleckes auf ein Netzhautgebiet ohne Sehzellen (Stäbchen oder Zapfen). Eigentlich könnte man erwarten, dass an dieser Stelle Seehinhalte fehlt. Die nachgeschaltete Signalbearbeitung im Gehirn ergänzt diese Lücke.

²Die vom Betrachter wahrgenommene Links-Rechts-Vertauschung ist die Folge der Veränderung des Drehsinnes in der "Spiegelwelt". Die Umkehrung des Drehsinnes ist wiederum eine Folge der Umkehrung der Richtungen senkrecht zur Spiegeloberfläche.

³Alice war nicht nur im Wunderland, sondern auch "hinter den Spiegeln", so der Titel des etwas weniger bekannten amerikanischen Märchens.

Spiegelwelt gelangen und sich dort frei bewegen und die Dinge berühren. Für uns gilt dagegen: Die "Spiegelwelt" ist keine "Tastwelt", sie ist nur "Sehwelt" [BM89].

Wölbspiegel

Der Rückspiegel im Auto gehört sicherlich zu den am meisten genutzten Spiegeln. Wir haben uns so sehr an ihn gewöhnt, dass wir kaum noch bemerken, dass er ein verändertes Bild der Welt zeigt: Alle Dinge dieser Spiegelwelt sind kleiner als die Dinge vor dem Spiegel, auch die Abstände zwischen ihnen sind geschrumpft. Je stärker die spiegelnde Fläche gekrümmt ist, desto kleiner werden die *Spiegedinge* und desto mehr der wirklichen Welt ist in dem Spiegel zu sehen. Die verspiegelte Christbaumkugel zeigt (fast) die ganze Welt, und der Beobachter sieht sich im Mittelpunkt (Abbildung 1).



Abbildung 1: Hand mit spiegelnder Kugel (M.C.Escher 1935)

Hohlspiegel

Der Hohlspiegel zeigt uns dagegen eine veränderte Welt, die je nach Beobachtungsort anders aussieht: Im Nahbereich sehen wir uns selbst (und andere nahe Dinge) vergrößert, aus der Ferne beobachtet, stehen wir Kopf und erscheinen verkleinert. Wenn wir eine brennende Kerze, also einen leuchtenden Gegenstand vor den Hohlspiegel stellen, können wir einen Ort finden, an dem ein kopfstehendes und seitenverkehrtes Bild der Kerze auf einem Schirm aufgefangen werden kann⁴. Genau an dieser Stelle kann ein an geeignetem Ort stehender Beobachter das Bild der kopfstehend-seitenverkehrten Kerze auch ohne Schirm sehen.

In sehr verkürzter Form wurde hier das beschrieben, was die Physiker als *virtuelle* und *reelle Bilder* bezeichnen. Wenn man jedoch nichts von der Konstruktion der Bilder weiß und sich nur auf das Gesehene stützt, wird man den Unterschied zwischen diesen beiden Bildarten

⁴Diese Aussage gilt selbstverständlich nicht nur für leuchtende Objekte, sondern für alle Gegenstände; helle Objekte sind jedoch besser auf einem Schirm sichtbar zu machen.

kaum bemerken. Der "unbelastete" Beobachter sieht entweder Gegenstände oder deren Bilder "im Spiegel", und beide sind sich oft sehr ähnlich.

2 Optische Eigenschaften von Gegenstand und Bild

Wenn Gegenstand und Bild für den Beobachter (fast) nicht zu unterscheiden sind, müssen diese identische optische Eigenschaften haben. Bevor wir eine auf das Fermat-Prinzip gestützte Formulierung dieser gemeinsamen Eigenschaften vorstellen, sollen dem Leser die in der Schulphysik üblichen Bildbedingungen in Erinnerung gebracht werden.

Strahlenoptik

In der Strahlenoptik gehen von jedem Gegenstandspunkt radial verlaufende Strahlen aus. Im *reellen Bildpunkt* schneiden sich die von einem Gegenstandspunkt kommenden Strahlen wieder und verlaufen in einem begrenzten Raumwinkelbereich radial weiter. Kommen divergent-radial verlaufende Strahlen weder von einem Gegenstands-, noch von einem reellen Bildpunkt zum Auge eines Beobachters, so bezeichnet man den Ursprung dieser Strahlen als *virtuellen Bildpunkt*.

Wellenoptik

Von jedem Gegenstand geht (in Raum und Zeit) ein typisches divergierendes Wellenfeld aus, das von Kugelwellen gebildet wird, die von jedem Gegenstandspunkt ausgehen (Huygenssches Prinzip). Ist die Laufrichtung eines solchen Wellenfeldes umgekehrt, konvergiert es also, so entsteht ein reelles Bild am Ort der kleinsten Ausdehnung dieses Wellenfeldes; anschließend divergiert es wieder. Erreicht den Beobachter ein divergierendes Wellenfeld, dessen Ursprung nicht ein Gegenstand ist, so wird jener als virtuelles Bild bezeichnet.

Fermat-Prinzip

Das Fermat-Prinzip verknüpft Gegenstandspunkt und Beobachter durch die Bedingung, dass das Licht zwischen ihnen den schnellsten bzw. optisch kürzesten Weg nimmt⁵. Wird derselbe Gegenstandspunkt von mehreren Beobachtern aus unterschiedlichen Entfernungen gesehen, so sind die *Lichtwege* unterschiedlich lang. Die Information über den momentanen Zustand des Gegenstandes erreicht solche Beobachter also zu verschiedenen Zeitpunkten⁶. Nur die Beobachter, die gleichweit vom Gegenstandspunkt entfernt sind, erhalten gleichzeitig exakt dieselbe

⁵Wir gehen hier davon aus, dass sich zwischen Objekt und Beobachter ein homogenes Medium befindet.

⁶Wegen der sehr großen Lichtgeschwindigkeit wird die unterschiedliche Laufzeit des Lichtes nicht beobachtbar sein. Erst bei astronomischen Entfernungen kann sie eine Rolle spielen.

Information über dessen (Raum/Zeit-)Zustand. Solche Beobachter müssen sich i.a. auf einem Kreis um den Gegenstandspunkt befinden⁷: Die genannte Bedingung muss in gleicher Weise für jeden Bildpunkt gelten, für reelle ebenso wie für virtuelle.

Am Beispiel der Schallausbreitung kann der Gehalt dieser Aussage deutlich gemacht werden: Wenn zwei Hörer gleichzeitig eine akustische Information aufnehmen sollen, müssen sie gleich weit von der Schallquelle entfernt sein. Und wenn umgekehrt zwei Lautsprecher einen Hörer beschallen sollen, müssen beide denselben Abstand von ihm haben, damit er eine korrekte, also phasenrichtige Information erhält.

Nicht nur dann, wenn das Fermat-Prinzip bereits im Unterricht behandelt worden ist, sollte es mit Hilfe solcher und ähnlicher Beispiele möglich sein, die genannte Bedingung in der folgenden Formulierung plausibel zu machen:

Sind die Beobachter gleichweit von einem Gegenstand entfernt, befinden sie sich also beispielsweise auf einem Kreis bzw. Kreisausschnitt um den Gegenstand, dann sehen sie ihn stets im selben (räumlichen und zeitlichen) Zustand. Für Bilder gilt das gleiche: Wir sprechen dann von einem Bild, wenn es einen Kreis bzw. Kreisausschnitt gibt, von dem aus das Bild gleichzeitig im selben Zustand gesehen werden kann.

3 Die Fadenkonstruktion

Wenn das Licht auf dem Weg vom Objekt zum Beobachter am Spiegel seine Richtung ändert, muss die genannte Bedingung weiterhin gelten: Nur solche Beobachter können das Objekt im selben Zustand wahrnehmen, die gleichweit vom Objekt entfernt sind.

Beim Blick in den Spiegel müssen also zwei Bedingungen zugleich erfüllt sein:

1. Bildpunkt A' ist Mittelpunkt eines Kreises bzw. Kreisausschnittes mit Radius r , von dem aus alle Beobachter Punkt A' (gleichzeitig) sehen können.
2. Die Länge des Lichtweges von Gegenstandspunkt A über den Spiegel zum Beobachter muss für alle Beobachter auf dem Kreis gleichlang sein.

Diese Bedingung lässt sich durch eine Fadenkonstruktion realisieren, mit der zugleich die Form des Spiegels gezeichnet werden kann (Abbildung 2 auf der nächsten Seite): Etwa in der Mitte erhält der Faden eine Knoten, der den Beobachterpunkt P markiert. Das eine Ende des Fadens wird im Gegenstandspunkt A , das andere im Bildpunkt A' befestigt. Das bei A' befestigte Fadenstück wird am Knoten (Punkt P) straff gehalten. Das andere, bei A befestigte Fadenstück wird mit einem Bleistift so gespannt, dass die Bleistiftspitze am anderen

⁷Streng genommen muss diese Bedingung für jeden einzelnen Punkt des Objektes erfüllt sein.

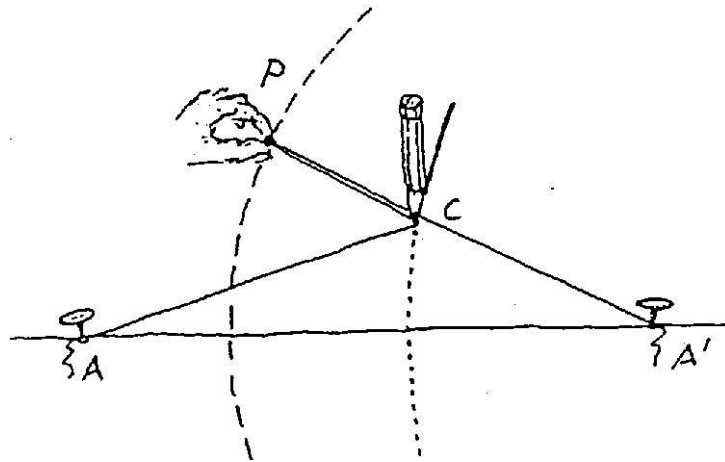


Abbildung 2: Konstruktion der Spiegelform

Fadenstück anliegt (Punkt C). Unter Beibehaltung dieser Bedingungen werden Knoten und Bleistift bewegt: Der Knoten macht einen Kreis um den Bildpunkt, und der Bleistift zeichnet eine Kurve, deren Form von dem Längenverhältnis der Fadenstücke abhängt.

Wenn die beiden Fadenstücke gleichlang sind, zeichnet der Bleistift eine gerade Linie. Wir erhalten dabei einen ebenen Spiegel, bei welchem Gegenstandspunkt A und Bildpunkt A' genau gleich weit von der spiegelnden Fläche entfernt sind (Abbildung 3 (a)). Ist das gegenstandsseitige Fadenstück etwas länger als das bildseitige, zeichnet der Stift eine Hyperbel, es ergibt sich also ein Wölbspiegel (Abbildung 3 (b)). Ist umgekehrt das bildseitige Stück länger als das gegenstandsseitige, zeichnet der Stift den offenen Ast einer Hyperbel, es entsteht ein Hohlspiegel (Abbildung 3 (c)). Wenn das gegenstandsseitige Fadenstück viel länger ist als das bildseitige, zeichnet der Stift einen Hohlspiegel, der jenseits von Bildpunkt A' liegt. Dieser Hohlspiegel ist keine Hyperbel, sondern ein Ellipsenausschnitt (Abbildung 3 (d)).

3.1 Experimentelle Prüfung

Anders als bei den bisher gezeichneten Spiegeln liegt bei dem letzten der Bildpunkt A' vor dem Spiegel, und alle Lichtwege von A über den Spiegel kreuzen sich dort. Mit Hilfe eines biegsamen Kunststoffspiegels kann man diesen Ellipsenspiegel nachformen. Wenn am Punkt A eine brennende Kerze aufgestellt wird, erscheint auf dem (kleinen) Schirm bei Punkt A' eine helle Linie; wäre der Spiegel in zwei Dimensionen, also als Ellipsoid gekrümmt, würde bei A' das Bild der Kerze zu sehen sein⁸ [Erb95].

⁸Selbstverständlich lassen sich mit dem Kunststoffspiegel auch die anderen Spiegelformen bilden. Auf diese Weise können die Spiegelbilder betrachtet werden. Es entstehen sicht- und erkennbare Bilder, also gilt die Konstruktion nicht nur für den Punkt A , sondern näherungsweise auch für dessen nähere Umgebung.

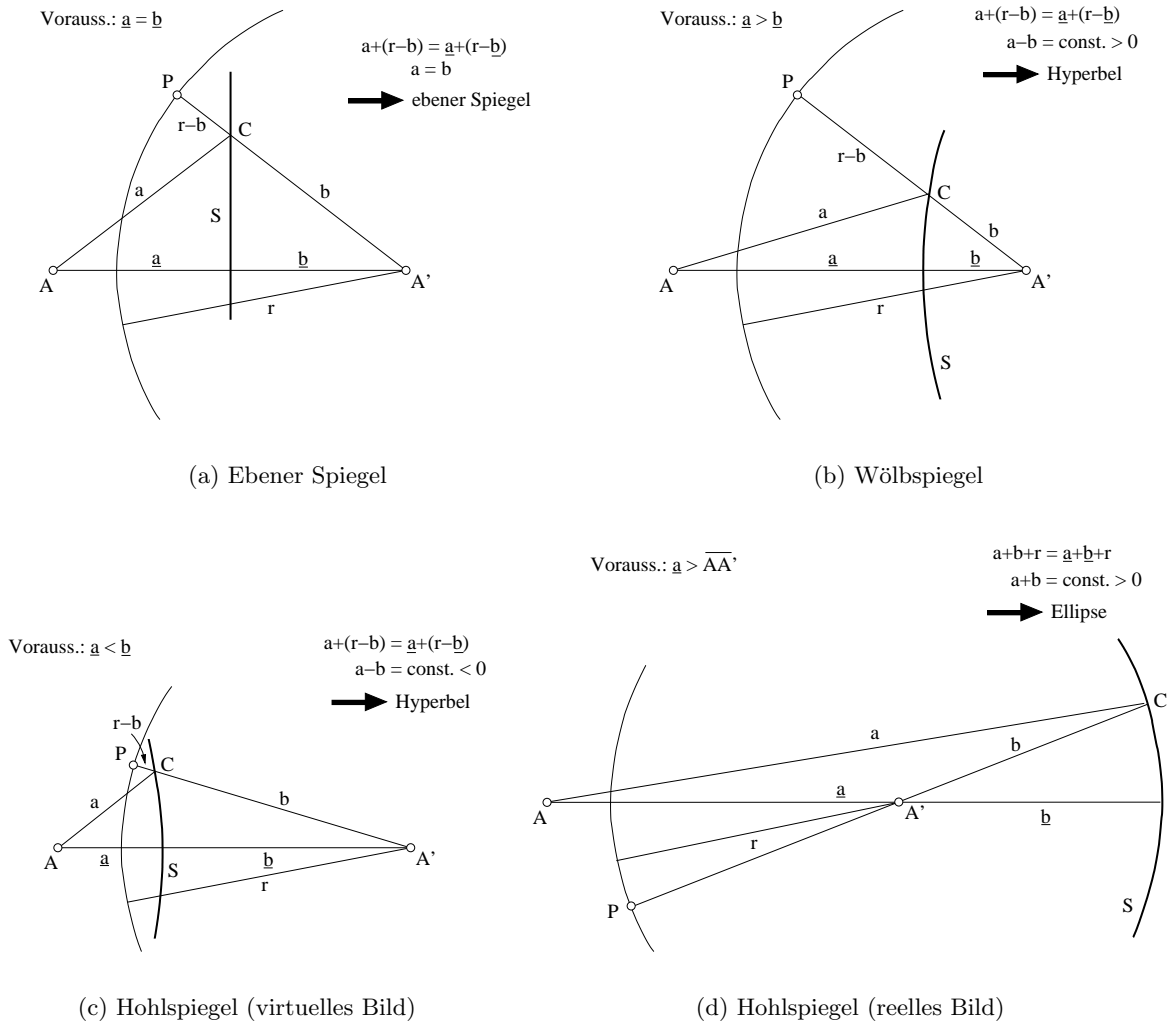


Abbildung 3: Konstruktion verschiedener Spiegelformen

Das vorgestellte Verfahren ist nicht nur geeignet, bei gegebenem Abstand von Gegenstand und Bild die geeignete Spiegelform zu bestimmen, sondern es kann auch bei gegebenem Spiegel der Bildpunkt zeichnerisch gefunden werden. Wenn der Hyperbel- bzw. Ellipsenspiegel durch einen sphärischen Spiegel, dessen Radius gleich dem Radius des Scheitelkreises ist, ersetzt wird, kann durch eine einfache Konstruktion die Größe des Spiegelbildes und seine Orientierung (kopfstehend oder aufrecht) bestimmt werden. Eine ausführlichere Darstellung der Möglichkeiten dieser Bildkonstruktion ist einer späteren Publikation vorbehalten.

Die Fadenkonstruktion kann durch einen einfachen "Hyperbelzirkel" ausgeführt werden, wie er in Abbildung 4 auf der nächsten Seite skizziert ist.

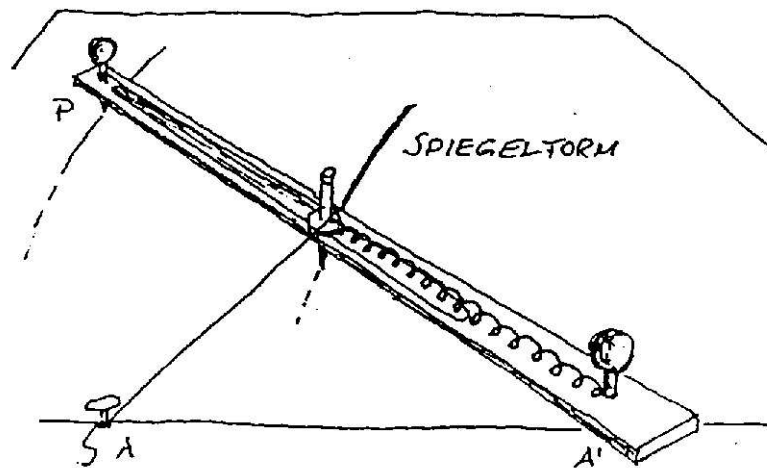


Abbildung 4: Ein einfacher "Hyperzirkel"

4 Ein Vorschlag für den Physikunterricht?

In diesem Beitrag soll zunächst nur deutlich gemacht werden, dass sich aus der Analyse des Sehens die Bedingungen für die Form von Spiegel ergeben, und zwar ohne das Reflexionsgesetz vorauszusetzen. Ähnliche Betrachtungen, die sich letztlich auf das Fermat-Prinzip stützen, haben [Erb94] und [Rie95] für die Konstruktion von Linsen angestellt. Es ist damit noch nicht der Anspruch verbunden, solche Spiegel- und Bildkonstruktionen in der vorgestellten Weise im Physikunterricht zu behandeln. Hierzu bedarf es gründlicher Klärung der notwendigen Voraussetzungen und der möglichen Konsequenzen für die weitere Vorgehensweise in der Optik.

Literatur

- [BM89] BUCK, P. ; v. MACKENSEN, M.: *Naturphänomene erlebend verstehen*. Köln : Aulis, 1989
- [Erb94] ERB, R.: *Optik mit Lichtwegen – Das Fermat-Prinzip als Grundlage für das Verstehen der Optik*. Bochum, Magdeburg : Westarp-Wissenschaften, 1994. – Dissertation
- [Erb95] ERB, R.: Curved Mirrors. In: *Physics Education* 30 (1995), S. 287–289
- [Rie95] RIEDE, H.: Über die Form von Konvexlinsen. In: *MNU* 48/7 (1995), S. 388–391