

Übungen zur Nichtlinearen Dynamik, WS 2023 / 2024

Fragen zu den Übungen bitte an

PD Dr. M. Zaks

Newtonstr. 15, 3. Etage, Zi. 410

zaks@physik.hu-berlin.de

Blatt 4

Lotka-Volterra Gleichungen

1. Populationen von zwei Tierarten s (Schafe) und k (Kaninchen) auf einer Insel genügen den Lotka-Volterra Gleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= s(2 - k - s) \\ \dot{k} &= k(3 - k - s).\end{aligned}$$

a) Finden Sie die Gleichgewichte, bestimmen Sie deren Stabilitätstypen und skizzieren Sie die glaubhaften globalen Phasenportraits.

b) Wie ändert sich das Bild, wenn die zweite Gleichung

$$\dot{k} = k(3 - 2k - 2s)$$

c) oder $\dot{k} = k(3 - k - 2s)$,

d) oder $\dot{k} = k(3 - 2k - s)$ lautet ?

e) Die letzten zwei Fälle kann man gemeinsam im Rahmen der parameter-abhängiger Gleichung

$$\dot{k} = k \left(3 - (1 + \alpha)k - (2 - \alpha)s \right)$$

mit dem reellen Parameter α beschreiben. Bei welchem Wert von α ändert sich die Stabilität vom „gemischten“ Gleichgewicht? Was passiert dabei in der Phasenebene?

2. *Anzahl von Gleichgewichten bei N Populationen.*

Wieviele Gleichgewichte kann das verallgemeinerte Lotka-Volterra Gleichungssystem für N wechselwirkende Populationen

$$\dot{x}_i = x_i \left(\alpha_i + \sum_{j=1}^N \kappa_{ij} x_j \right), \quad i = 1, \dots, N$$

insgesamt haben?

Abgabetermin: Mittag am Mittwoch 22.11.2023