

# Übungen zur Nichtlinearen Dynamik, WS 2024 / 2025

Fragen zu den Übungen bitte an

PD Dr. M. Zaks

Newtonstr. 15, 3. Etage, Zi. 410

zaks@physik.hu-berlin.de

## Blatt 4

### Lotka-Volterra Gleichungen

1. Populationen von zwei Tierarten  $s$  (Schafe) und  $k$  (Kaninchen) auf einer Insel genügen den Lotka-Volterra Gleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= s(2 - k - s) \\ \dot{k} &= k(3 - k - s).\end{aligned}$$

a) Finden Sie die Gleichgewichte, bestimmen Sie deren Stabilitätstypen und skizzieren Sie die glaubhaften globalen Phasenportraits.

b) Wie ändert sich das Bild, wenn die zweite Gleichung

$$\dot{k} = k(3 - 2k - 2s)$$

c) oder  $\dot{k} = k(3 - k - 2s)$ ,

d) oder  $\dot{k} = k(3 - 2k - s)$  lautet ?

e) Die letzten zwei Fälle kann man gemeinsam im Rahmen der parameter-abhängiger Gleichung

$$\dot{k} = k \left( 3 - (1 + \alpha)k - (2 - \alpha)s \right)$$

mit dem reellen Parameter  $\alpha$  beschreiben. Bei welchem Wert von  $\alpha$  ändert sich die Stabilität vom „gemischten“ Gleichgewicht? Was passiert dabei in der Phasenebene?

2. *Anzahl von Gleichgewichten bei  $N$  Populationen.*

Wieviele Gleichgewichte kann das verallgemeinerte Lotka-Volterra Gleichungssystem für  $N$  wechselwirkende Populationen

$$\dot{x}_i = x_i \left( \alpha_i + \sum_{j=1}^N \kappa_{ij} x_j \right), \quad i = 1, \dots, N$$

insgesamt haben?

**Abgabetermin: Mittag am Mittwoch 20.11.2024**