

# Übungen zur Nichtlinearen Dynamik, WS 2024/2025

Fragen zu den Übungen bitte an

Dr. M. Zaks

Newtonstr. 15, 3. Etage, Zi. 410

Tel.: 030 - 2093 7608 zaks@physik.hu-berlin.de

## Blatt 5

### Dynamik in der Phasenebene: periodische Lösungen

1. Zeigen Sie, dass ein zweidimensionales System, das durch ein rotationsfreies Vektorfeld

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = \{x_1, x_2\}, \quad \nabla \times \mathbf{F} = 0$$

beschrieben wird, keine periodische Lösungen besitzt.

*Hinweis: Zweidimensionalität ist hier eigentlich unwichtig. Was folgt aus der Wirbelfreiheit?*

(3 Pkt.)

2. Finden Sie alle Fixpunkte vom Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x(2 - y - x) \\ \dot{y} &= y(4x - x^2 - 3)\end{aligned}$$

für  $x, y \geq 0$ , untersuchen Sie sie auf Stabilität, und zeigen Sie, dass in diesem Bereich keine periodische Lösungen existieren. *Hinweis: benutzen Sie Dulac-Kriterium.* (3 Pkt.)

3. Beweisen Sie die Unmöglichkeit von periodischen Schwingungen bei einem nichtlinearen Oszillator mit koordinaten-abhängiger Reibung

$$\ddot{x} + \gamma(x)\dot{x} + f(x) = 0$$

mit  $\gamma(x) > 0$  und  $f(x)$  beliebige differenzierbare Fkn. (3 Pkt.)

4. Zeigen Sie mit Hilfe von Poincaré-Bendixson Kriterium, dass die Gleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + \frac{1}{4}x(1 - 2x^2 - 2y^2) \\ \dot{y} &= -x + \frac{1}{2}y(1 - x^2 - y^2)\end{aligned}$$

mindestens einen *Grenzyklus* (asymptotisch stabile periodische Lösung) besitzen.

*Hinweis: Polarkoordinaten.* (3 Pkt.)

**Abgabetermin: Mittwoch 27.11.2024**