

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT I
INSTITUT FÜR PHYSIK

Physik in der Praxis: Elektronik

3. Versuch: Operationsverstärker

Abgabe am 01.02.2011
Übungsgruppe 9 (Dienstagnachmittag)
Übungsleiter Dipl.-Ing. Rainer Schurbert
Bearbeiter Lucas Hackl
Benjamin Maier

Inhaltsverzeichnis

1 Invertierender Verstärker	3
1.1 Leerlaufverstärkung	5
1.2 Slew Rate	6
2 Nichtinvertierender Verstärker	7
2.1 Impedanzwandler	7
2.2 Eingangsoffsetspannung und Eingangsruhestrom	8
3 Mathematische Operatoren	9
3.1 Addierer	9
3.2 Subtrahierer	10
3.3 Integrierer	10
3.4 Differenzierer	12
3.5 Filterkaskade	16
3.6 Komparator	16
4 Oszillatoren	17
4.1 Phasenschieber-Generator	17
4.2 Rechteckgenerator	19

Verwendete Geräte

Funktionsgenerator:	FG1617
Oszilloskop:	HM203-7 (hameg)
Transistor Tester:	ELV TT7001
Multimeter:	Voltcraft 4090
	Voltcraft GS 6510

Abstract

In diesem Teil des Elektronik-Praktikums beschäftigen wir uns mit den verschiedenen Einsatzmöglichkeiten eines Operationsverstärkers. Zunächst lassen sich mithilfe von Operationsverstärkern zwei Verstärkerschaltungen – die des invertierenden und die des nicht-invertierenden Verstärkers – realisieren, wobei gegenüber den Transistorgrundschaltungen deutlich weniger Aufwand entsteht und sich die Verstärkung präzise durch das Verhältnis zweier Widerstände einstellen lässt. Ferner lassen sich mithilfe des Operationsverstärkers tatsächlich mathematische Operationen, wie die der Addition, der Subtraktion, des Integrierens und Differenzierens, umsetzen. Durch Impedanzwandlerschaltung und Filtereigenschaften der Operationsverstärker ist es möglich Filter zu konstruieren ohne die Nebenwirkungen von Induktivität oder Kapazität, die zu Phasenverschiebungen führen. Wichtig vor allem für die Regelungstechnik ist der Komparator, mit dem sich zwei eingehende Signale vergleichen lassen. Schließlich ist es möglich Generatoren für Rechteck- und Sinussignale zu konstruieren.

1 Invertierender Verstärker

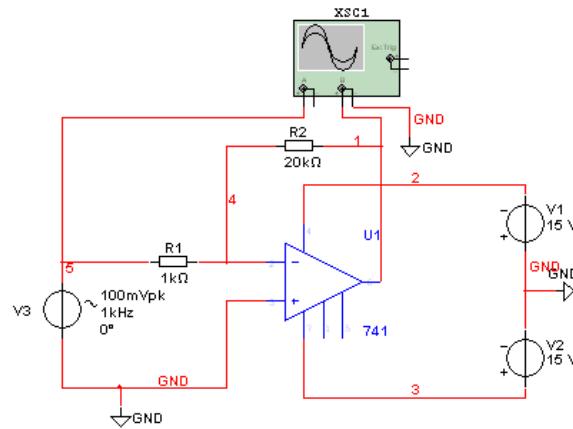


Abbildung 1: Schaltplan des invertierenden Verstärkers

Um eine Verstärkung von $v = 20$ zu erreichen, folgen wir der Formel $V = \frac{R_2}{R_1}$ und wählen

$$R_1 = 1\text{k}\Omega$$

$$R_2 = 20\text{k}\Omega.$$

Wie erwartet liefert uns dies in der Simulation eine maximale Verstärkung von 20 (26.02 dB) (für kleine Frequenzen). Für die Messungen von Ein- und Ausgangswiderstand ergibt sich, dass R_{aus} sehr klein sein muss. Nur bei übersteuertem Signal lässt sich eine Messung durchführen, welche somit fragwürdig ist. Dies legt den Schluss nahe, dass nahezu $R_{aus} = 0$ gilt. Da beide Eingänge eines Operationsverstärkers nahezu auf dem gleichen Potential liegen, zeigt sich, dass R_{aus} als Eingangswiderstand zwischen Eingangssignal virtueller Masse (Knoten zwischen R_1 und invertierendem Eingang) zu liegen kommt. Der Eingangswiderstand ist gleich R_1 , somit folgt

$$R_{ein} = R_1 = 1\text{k}\Omega,$$

$$R_{aus} = 0.$$

Um den Zusammenhang zwischen Verstärkung (also im Wesentlichen dem Widerstandsverhältnis) und der Bandbreite analysieren zu können, verändern wir die Widerstände und betrachten die Auswirkung auf die Grenzfrequenz: Tatsächlich verkleinert sich die Grenzfrequenz bei steigender maximaler Verstärkung. So beträgt die Grenzfrequenz für eine Verstärkung von 26dB – wie oben bestimmt – gerade 47kHz. Dabei spielt es keine Rolle wie die einzelnen Widerstände geändert werden, um die auf die neue Verstärkung zu kommen. Nur der Wert der Verstärkung ist ausschlaggebend – bei einer Verstärkung von 20dB verschiebt sich die Grenzfrequenz auf 89kHz. Die anderen gemessenen Eigenschaften ändern sich jedoch nur marginal: Die Transitfrequenz (keine Verstärkung) erhöht sich nur leicht von 890kHz (bei 26dB) auf 940kHz (bei 20dB). Der Abfall bleibt konstant bei 20dB pro Dekade.

Eine Übersteuerung lässt sich bei rund 700Hz feststellen und liegt bei den Maximalspannungen von -14.1V und 14.1V – diese ergeben sich aus den angelegten Betriebsspannungen von jeweils 15V Spannungsdifferenz. Wie im Bodeplot erkennbar ist der invertierende Verstärker ein Tiefpass mit einem negativen Plateau für hohe Frequenzen – diesen Bereich bezeichnen wir als maximale Dämpfung. Bei Variation der Verstärkung ergibt sich offenbar ein quadratischer Zusammenhang zwischen maximaler Verstärkung und dieser Dämpfung (Abb. 3). Das reduzierte χ^2 von 0.04 zeigt, dass die aus der Simulation abgelesenen Werte der quadratischen Hypothese sehr gut entsprechen, die Werte aber nicht normalverteilt sind (was sich vornehmlich auf die geringe Zahl der Messwerte zurückführen lässt).

Bei Übersteuerung des Signals wird oberhalb einer bestimmten Spannung das Signal abgeschnitten, d.h. in Oberschwingungen entwickelt, wie im Vergleich in Abb. 4 zu sehen ist.

Gegenüber der Emitterschaltung, welche wir im vergangenen Versuch als Verstärkerschaltung untersuchten,

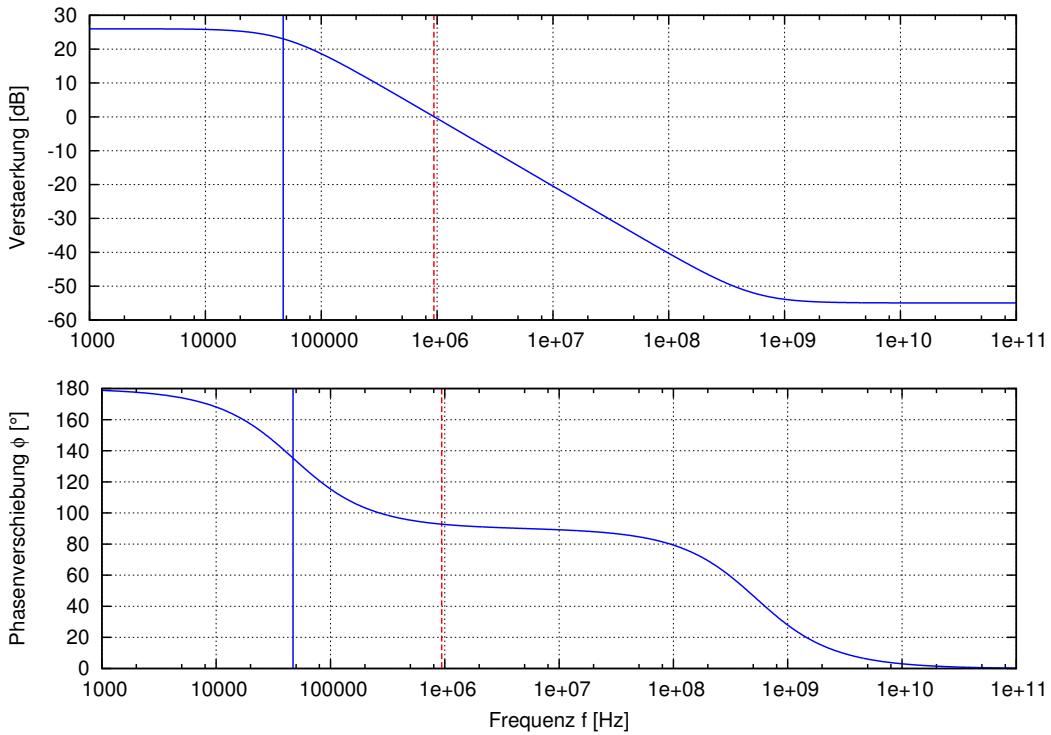


Abbildung 2: Bodeplot des invertierenden Verstärkers, die durchgezogene Markierung zeigt die Grenzfrequenz, die gestrichelte Markierung die Transitfrequenz

weist die Schaltung des invertierenden Operationsverstärkers mehrere Vorteile auf: Einerseits kann auf den Einsatz eines Kondensators zur Stromgegenkopplung verzichtet werden (der bei der Emitterschaltung einen zusätzlichen Hochpass darstellt). Des Weiteren führt dies zu einer frequenzabhängigen Phasenverschiebung, während der invertierende Verstärker konstant 180° Phasenverschiebung zeigt. Ferner fällt der DC-Offset weg, der beim Operationsverstärker bereits in die Schaltungsstruktur integriert ist. Vorteilhaft für die Emitterschaltung wirkt sich hingegen aus, dass die Grenzfrequenz eines einzelnen Transistors deutlich höher liegt als die der gesamten Schaltung eines Operationsverstärkers.

Um möglichst gut mit der zuvor durchgeföhrten Simulation vergleichen zu können, verwenden wir näherungsweise die gleichen nachfolgend aufgeföhrten Komponenten:

$$R_1 = 1.196 \text{ k}\Omega, \text{ und}$$

$$R_2 = 21.2 \text{ k}\Omega.$$

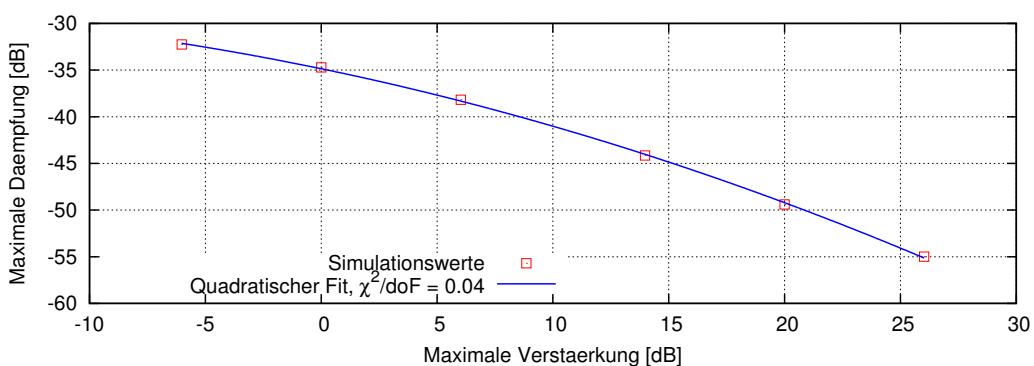


Abbildung 3: Die maximale Dämpfung in Abhängigkeit der maximalen Verstärkung

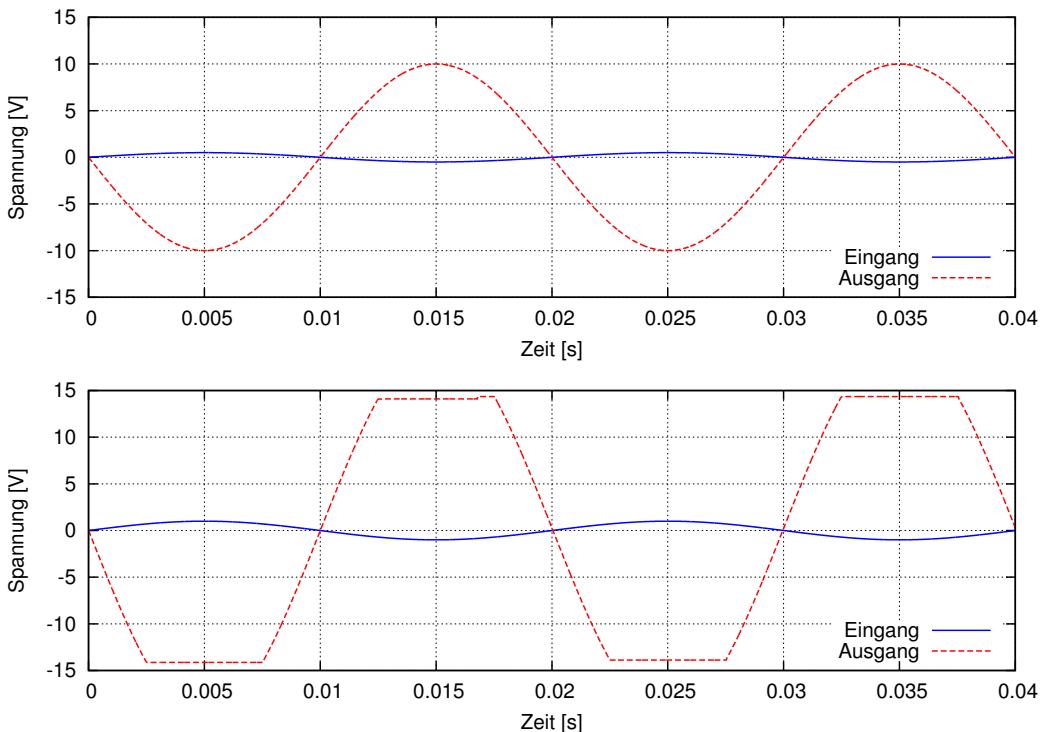


Abbildung 4: Signale bei $v = 50\text{Hz}$; oben) verstärktes Signal, wobei die Eingangsamplitude $U = 0.5\text{V}$ beträgt; unten) verstärktes Signal in der Übersteuerung, die Eingangsamplitude beträgt $U = 1\text{V}$

Bei Verwendung des Operationsverstärkers LM 358 messen wir bei einer Frequenz von $f = 3\text{kHz} \ll f_g$ eine Verstärkung von

$$v = 24.97\text{dB}.$$

Dieser Wert weicht damit um rund 3% vom theoretischen Wert $v = 25.7\text{dB}$ ab.

Zur Bestimmung der Grenzfrequenz berechnen wir die zur Eingangsspannung von $U_{\text{ein}} = 0.2\text{V}$ gehörende verstärkte Ausgangsspannung zu $U_{\text{aus}} = 2.8\text{V}$. Bei Variation der Frequenz erhalten wir bei $f_g = 47\text{kHz}$ diesen Verstärkungsfaktor, was mit der Simulation konsistent ist. Als Phasenverschiebung finden wir hier rund 130° , was ebenfalls mit den 135° der Simulation übereinstimmt.

Eine Übersteuerung lässt sich bei rund 700Hz feststellen und liegt bei den Maximalspannungen von -14V und 13.2V – dies stimmt ungefähr mit der Simulation überein, wobei wir bei der oberen Maximalspannung einen höheren Wert gemessen haben und der Bereich damit in der Simulation symmetrisch war.

Bei der Bestimmung der Transitfrequenz benutzen wir ein Oszilloskop mit gleicher Skala auf beiden Kanälen und variieren die Frequenz bis Eingangs- und Ausgangsspannung die gleichen Amplituden aufweisen. Dies geschieht bei etwa 830kHz , was in der Größenordnung der Simulation liegt.

1.1 Leerlaufverstärkung

Bei der Leerlaufverstärkung handelt es sich um die Verstärkung, die sich beim Betrieb ohne Rückkopplung einstellt. Um beim invertierenden Verstärker eine 10-fache Verstärkung zu erreichen, wählen wir die Widerstände

$$R_1 = 1.196\text{k}\Omega, \text{ und}$$

$$R_2 = 12.01\text{k}\Omega$$

Für die Leerlaufmessung verwenden wir eine besondere Methode, um trotz Beschaltung die tatsächliche Leerlaufverstärkung zu untersuchen. Während die Messung des Ausgangssignals ganz regulär am Ausgang vorgenommen wird, messen wir das Eingangssignal direkt am Eingang des Operationsverstärkers, also insbesondere nach dem Widerstand R_1 am invertierenden Eingang. Auf diesem Weg können wir durch Vergleich der beiden Signale die tatsächliche Leerlaufverstärkung bestimmen. Die äußere Beschaltung wird dabei für die Messung

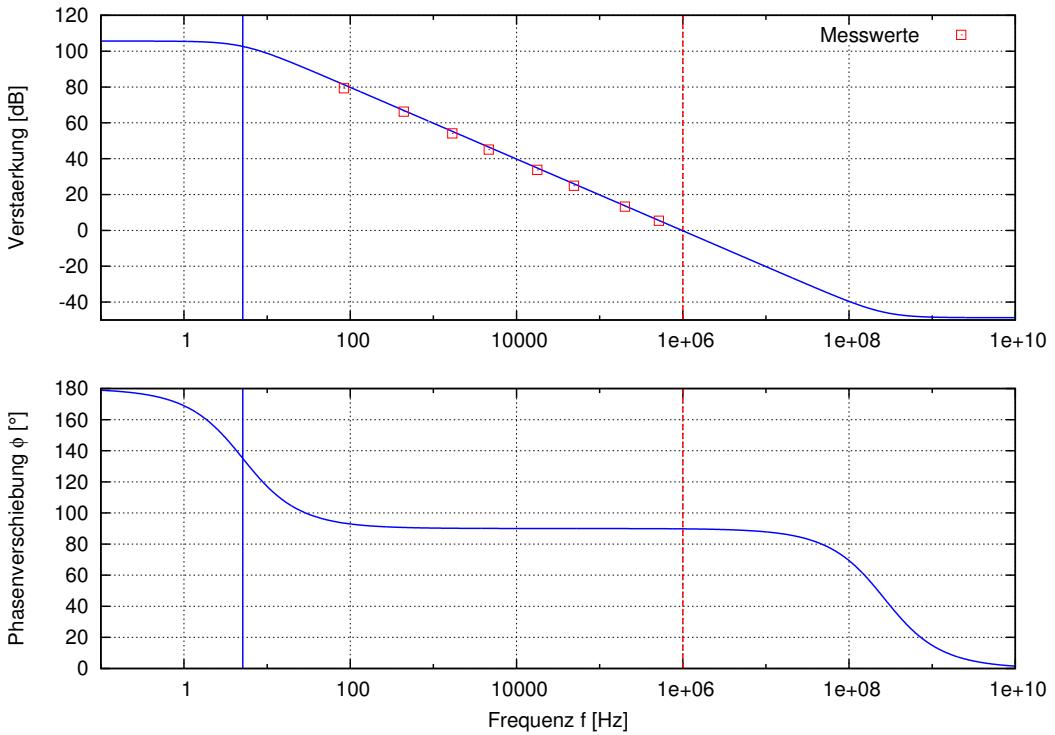


Abbildung 5: Bodeplot der Leerlaufverstärkung, die durchgezogene Markierung zeigt die Grenzfrequenz, die gestrichelte Markierung die Transitfrequenz, die Quadrate die tatsächliche Messung

umgangen, dient zugleich aber für die bessere Einstellbarkeit des Systems. Ein direkter Betrieb in der Leerlaufverstärkung würde zu höheren Anforderungen an die Spannungsquelle führen.

In Abb. 5 lässt sich gut der exponentielle Abfall der Verstärkung mit steigender Frequenz erkennen. Ferner finden wir eine Transitfrequenz bei rund 1 MHz.

1.2 Slew Rate

Die Slew Rate ist der maximale Anstieg des Ausgangssignals, welcher durch den Operationsverstärker bestimmt wird – die Slew Rate gibt damit an, wie schnell der Verstärker der Änderung des Eingangssignals am Ausgang folgen kann. Für die Messung wählen wir nun den OPV LM 741. Bei genügend hoher Frequenz wird aufgrund der Slew Rate das Ausgangssignal nahezu dreiecksförmig (weil die hochfrequente Sinusspannung bereits kurz nach einem Nulldurchgang die Steigung der Slew Rate erreicht und sich das Ausgangssignal fortan maximal linear ändern kann). Dieses dreieckige Signal können wir bei $f = 46\text{kHz}$ beobachten. Die Slew Rate (SR) lässt sich nun als Anstieg der Geraden des Dreieckssignals zu

$$SR = \frac{\Delta U}{\Delta t} = 0.727 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$$

berechnen. Für eine Verstärkung von $V = 10$ erhalten wir bei einer Eingangsamplitude von $A = 0.85\text{ V}$ somit eine Maximalfrequenz

$$\begin{aligned} f_{\max} &\leq \frac{SR}{2\pi VA} \\ &\leq 13.6\text{kHz}. \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass die ersten Verzerrungen ab dieser Frequenz auftreten sollten. Bei der experimentellen Überprüfung traten bei uns die ersten Verzerrungen bei 13.4kHz auf, was mit der Theorie übereinstimmt. Da auf diese Weise aus einem Sinussignal ein Dreieckssignal wird, welches das komplette Frequenzspektrum enthält, handelt es sich klarerweise um nichtlineare Verzerrung.

2 Nichtinvertierender Verstärker

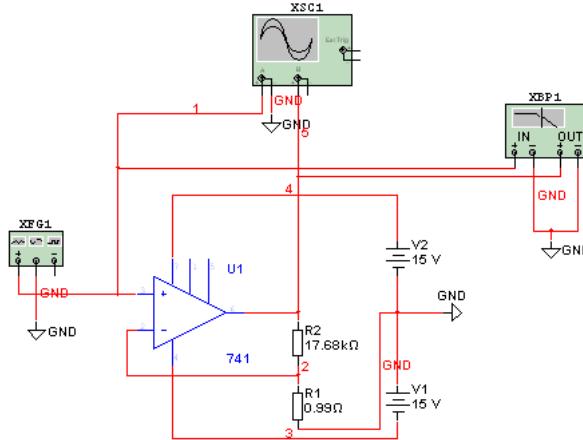


Abbildung 6: Schaltplan des nichtinvertierenden Verstärkers

Im nächsten Schritt wenden wir uns dem nicht-invertierenden Verstärker zu, der das Eingangssignal – genau wie der invertierende Verstärker – vergrößert, dabei jedoch keine Phasenverschiebung von 180° erzeugt. Die Verstärkung wird dabei durch das Verhältnis der beiden Widerstände R_1 und R_2 gemäß

$$V = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

bestimmt. Für die Simulation verwenden wir dabei die folgenden Werte:

$$R_1 = 0.99 \text{ k}\Omega \quad (1)$$

$$R_2 = 17.68 \text{ k}\Omega \quad (2)$$

Damit ergibt sich der Bodeplot in Abb.7, der Verstärkung in ganz ähnlicher Weise zeigt wie beim nicht-invertierenden Verstärker – während sich die Phasenverschiebung natürlich aufgrund der nicht-invertierenden Eigenschaft unterscheidet. Bei einer Messung mit Widerständen der gleichen Größen erhalten wir bei einer Frequenz von $f = 1.24 \text{ kHz}$ eine Verstärkung von $v = 26.72 \text{ dB}$, in der Simulation ergibt sich eine Verstärkung von $v = 25.5 \text{ dB}$, was einer fünfprozentigen Abweichung entspricht und damit gut der Simulation entspricht.

2.1 Impedanzwandler

Der Impedanzwandler passt die Impedanz einer Quelle an die des am Ausgang angeschlossenen Verbrauchers an. Der Impedanzwandler weist dabei eine hohe Eingangs- und eine niedrige Ausgangsimpedanz auf, was sich in der Theorie zu folgenden Werten ergibt:

$$\begin{aligned} R_{\text{ein}} &= \infty, \\ R_{\text{aus}} &= 0. \end{aligned}$$

In der praktischen Umsetzung verwenden wir für den Widerstand R_2 einfach eine direkte Drahtverbindung, sodass R_2 einen vernachlässigbar kleinen Widerstand besitzt und bei R_1 verbinden wir einfach nicht, um einen näherungsweise unendlichen Widerstand zu erhalten.

Ähnlich wie die Kollektorschaltung liegt die Spannungsverstärkung bei $V = 1$ und auch die Phasenverschiebung fällt gering aus. Vorteilhaft zeigt sich dabei, dass die Schaltung eines Impedanzwandlers auch für niedrige Frequenzen eine Spannungsverstärkung von 0dB aufweist, während die Kollektorschaltung hier als Hochpass wirkt und das Signal abschwächt.

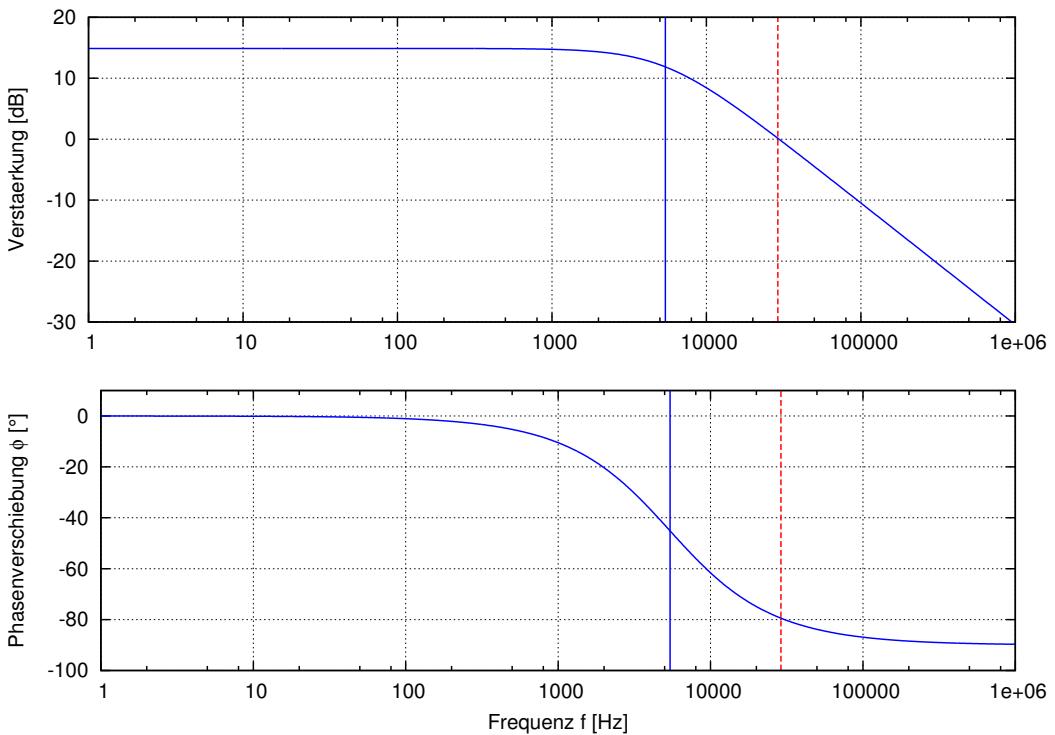


Abbildung 7: Bodeplot des nichtinvertierenden Verstärkers, die durchgezogene Markierung zeigt die Grenzfrequenz, die gestrichelte Markierung die Transitfrequenz

2.2 Eingangsoffsetspannung und Eingangsruhestrom

Im Allgemeinen ist es notwendig Operationsverstärker vor ihrem regulären Betrieb auf die entsprechende Schaltung zu justieren: Winzige Unregelmäßigkeiten in ihrem Bau (vor allem innerhalb der verwendeten Transistoren) führen zu einer kleinen Spannungsdifferenz am Eingang, der letztlich einen Eingangsruhestrom hervorruft. Aus diesem Grund enthalten die meisten Operationsverstärker, die nicht bereits einen internen Abgleich durchführen, zwei weitere Eingänge um mithilfe eines Potentiometers einen Offset-Abgleich vornehmen zu können.

Da der Operationsverstärker LM358 bereits diesen internen Abgleich durchführt, verwenden wir im Folgenden den LM741, dessen Pinbelegung einen manuellen Ausgleich problemlos ermöglicht.

Im ersten Schritt stellen wir die Verstärkung durch die beiden verwendeten Widerstände auf 1000 (60 dB) ein. Ansonsten wird keine Veränderung vorgenommen und der nichtinvertierende Eingang auf Masse gelegt. Für einen ausgeglichenen Verstärker sollten wir damit auch am Ausgang 0V messen – wir messen jedoch rund 0.6V, womit (unter Berücksichtigung der Verstärkung) eine Offsetspannung von 0.6mV folgt. Der Offsetausgleich wird an dieser Stelle mit einem Potentiometer ($10\text{k}\Omega$) durchgeführt, das an die dafür vorgesehenen Pins des LM741 angeschlossen wird und zugleich mit dem -15V -Punkt verbunden ist. Damit lässt sich durch Justierung des Potentiometers der Offset dergestalt ausregeln, dass bei fehlendem Eingangssignal tatsächlich kein Ausgangssignal erscheint (mit nahezu verschwindender Schwankung im Bereich von 0.1 mV).

Im zweiten Schritt bestimmen wir ferner den Eingangsruhestrom für einen konkreten Widerstand R_3 , der zwischen nichtinvertierenden Eingang und Masse geschaltet wird. Damit erzeugt der Eingangsruhestrom einen Spannungsabfall über dem Widerstand, der am Ausgang (unter Berücksichtigung der Verstärkung) messbar ist. Wir erhalten bei $R_3 = 10\text{k}\Omega$ eine Ausgangsspannung $U_A = 0.5\text{V}$ und bei $R_3 = 100\text{k}\Omega$ eine von $U_A = 5\text{V}$. Damit bestimmen wir den Eingangsruhestrom auf konstant $I_B = 50\text{nA}$.

3 Mathematische Operatoren

3.1 Addierer

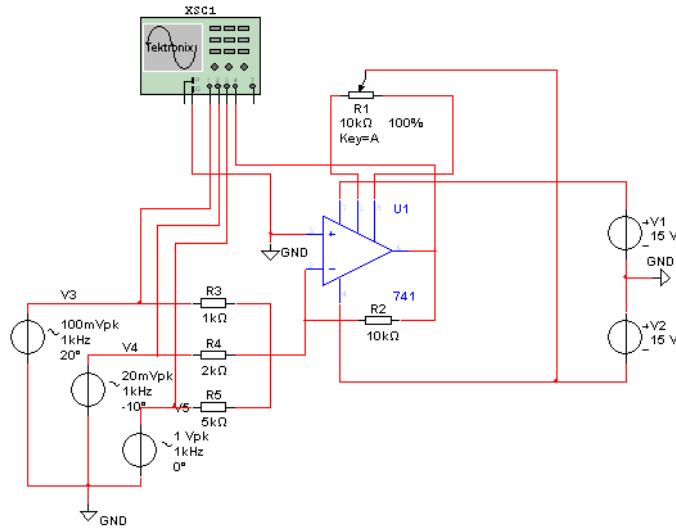


Abbildung 8: Schaltbild des Addierers

Den Addierer haben wir als zusätzliche Schaltung simuliert. Hierzu wird ein invertierender Verstärker genutzt, wobei mehrere Signale an den Eingang des Operationsverstärkers angelegt werden. Jeder dieser Eingänge erhält einen eigenen Eingangswiderstand R_{1i} , sodass am Ausgang die Überlagerung (Summe) der einzelnen verstärkten Signale gemessen werden kann. Folglich werden die einzelnen Signale gemäß

$$V = -\frac{R_2}{R_i}$$

verstärkt, wobei R_2 der zugehörige Rückkopplungswiderstand ist und das Minus verdeutlicht, dass die einzelnen Signale invertiert werden. Für die Ausgangsspannung U_A gilt entsprechend die folgende Beziehung:

$$U_A = \sum_i \left[-\frac{R_2}{R_i} U_i \right]$$

Bei der von uns durchgeführten Simulation zeigte sich Übereinstimmung mit den vorangegangenen theoretischen Überlegungen, wie Abb.9 zu entnehmen ist.

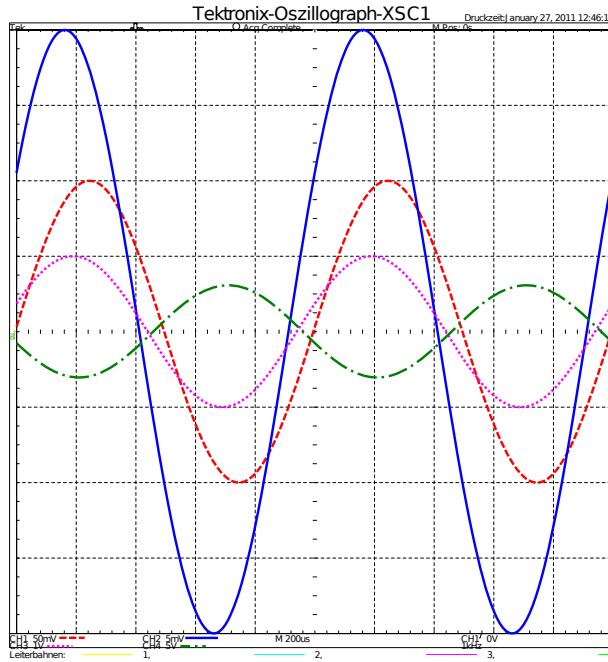


Abbildung 9: Oszillatordiagramm des Addierers – Die Signale von Kanal 1-3 addieren sich gewichtet zu dem Signal von Kanal 4.

3.2 Subtrahierer

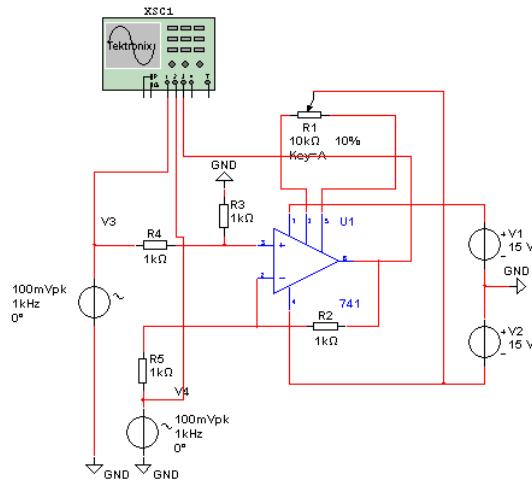


Abbildung 10: Schaltbild des Subtrahierers

Den Subtrahierer haben wir als zusätzliche Schaltung simuliert. Hierzu werden die Schaltungen des invertierenden und nicht-invertierenden Verstärkers kombiniert. Mithilfe eines Maschenumlaufs lässt sich zeigen, dass für die Ausgangsspannung U_A die Beziehung

$$U_A = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4} U_1 - \frac{R_2}{R_1} U_2$$

gilt. Wie sich in Abb.11 erkennen lässt, entspricht das Ausgangssignal gerade der Differenz $U_1 - U_2$ der beiden Eingangssignale, wenn $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4}$ gilt.

3.3 Integrierer

Ein Integrierer lässt sich mithilfe eines invertierenden Verstärkers realisieren, bei dem der Rückkopplungswiderstand R_2 durch Kondensator ersetzt wurde. Wir erhalten dabei das Bode-Diagramm in Abb.13. Offenbar

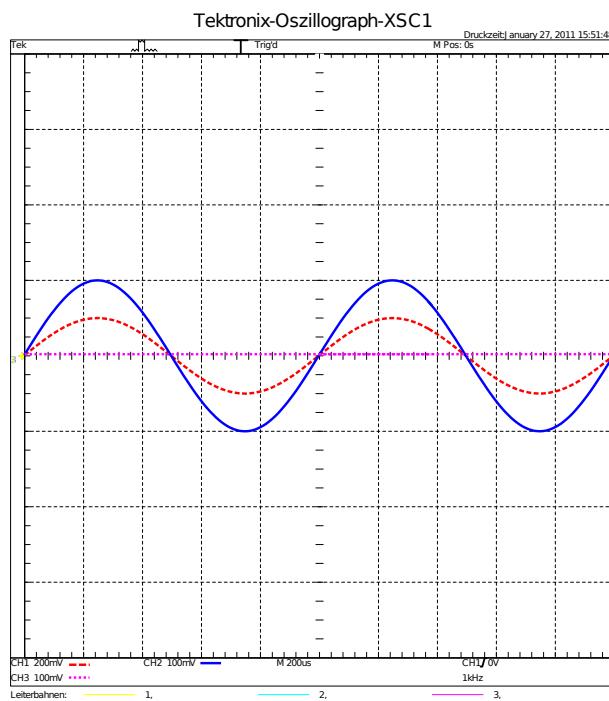


Abbildung 11: Oszillatordbild des Subtrahierers – Die Signale von Kanal 1 und 2 heben sich in diesem Fall genau auf (Kanal 3 empfängt eine Nulllinie).

verhält sich ein Integrierer bei der Verstärkung wie ein Tiefpassfilter – allerdings ohne tatsächliche Verstärkung. Die Dämpfung ist für hohe Frequenzen limitiert, sodass ab etwa 1 MHz ein Plateau erreicht wird. Auch die Phasenverschiebung ist nicht mehr 180° , sondern – zumindest für kleine Frequenzen – verschwindend bei 0° . Wir wollen die Funktionsweise des Integriermers in einer Simulation mit unterschiedlichen Eingangssignalen testen (Abb.14).

Sinussignal Wie dem Plot zu entnehmen transformiert der Integriermers die Sinuskurve zu einer um 90° phasenverschobenen Sinusspannung (also einem Kosinus) gleicher Frequenz. Tatsächlich weist das Ausgangssignal genau dort Extremstellen auf, wo das Eingangssignal Nulldurchgänge ausführt. Insofern entspricht das simulierte Resultat unseren Erwartungen: Das Ausgangssignal ist Integral des Eingangssignals – die Verschiebung als Offset lässt sich als frei wählbare Konstante des unbestimmten Integrals verstehen.

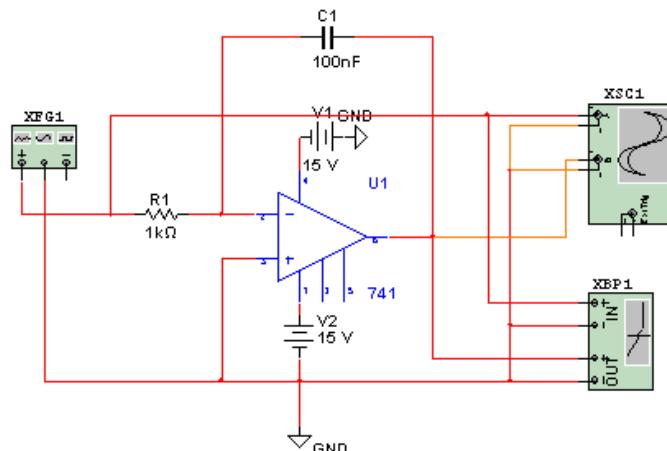


Abbildung 12: Schaltbild des Integriermers

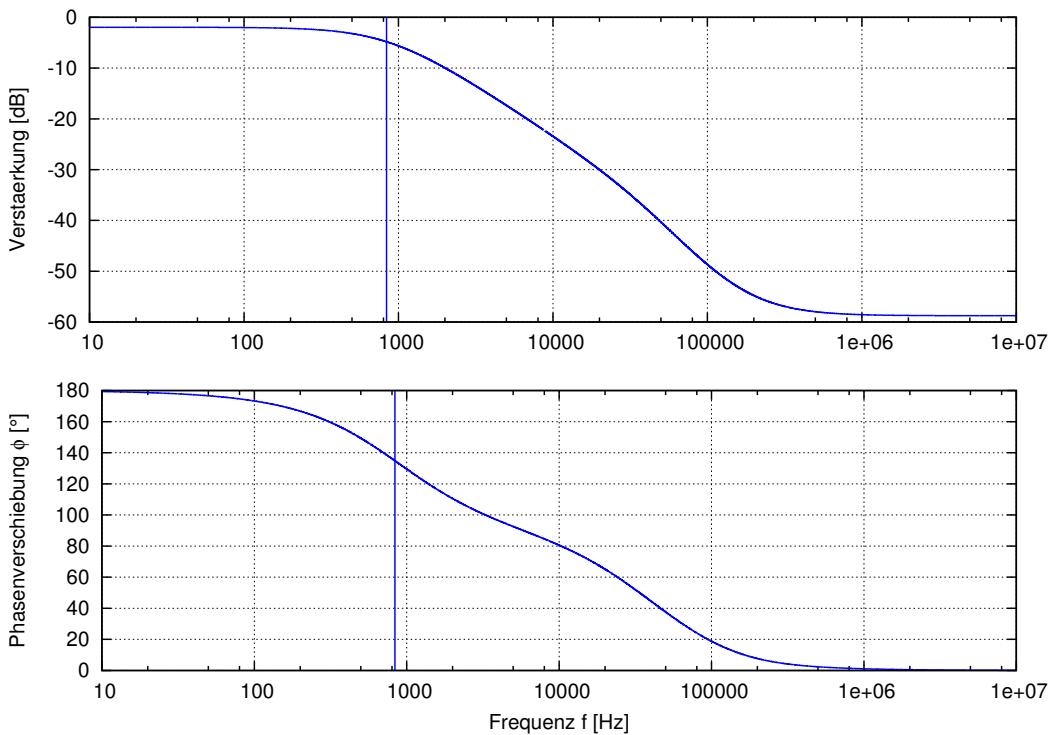


Abbildung 13: Bodeplot des Integrierers, die durchgezogene Markierung zeigt die Grenzfrequenz

Dreieckssignal Mit einer dreieckigen Eingangsspannung erhalten wir eine periodische und stetig differenzierbare Funktion am Ausgang gleicher Frequenz. Bei genauerer Analyse finden wir, dass jede Periode aus zwei aneinander gefügten Parabeln bestehen, die glatt ineinander übergehen. Da eine integrierte stetige Funktion stets differenzierbar bleibt, entspricht das Resultat unseren Erwartungen und ist tatsächlich das Integral einer linear ansteigenden Funktion (aus denen die Dreiecksspannung zusammengesetzt ist).

Rechteckssignal Mit einer rechteckigen Eingangsspannung erhalten wir eine Dreiecksspannung gleicher Frequenz am Ausgang. Dies entspricht unseren Erwartungen, da die Stammfunktion einer konstanten Funktion linear ist.

In allen Fällen war die Frequenz des Ausgangssignals gleich der des Eingangssignals, was unmittelbar aus der Linearität des Integrals folgt (und tatsächlich arbeitet hier der Operationsverstärker als linearer Operator auf dem Funktionenraum der Eingangssignale).

Dass dieses Bauelement tatsächlich integriert, liegt am Einbau des Kondensators, welcher die Eingangsspannung über die Zeit aufsummieren (indem er sich auflädt). Für negative Spannungen entlädt sich der Kondensator entsprechend, sodass anders gesprochen negative Werte aufsummiert werden. Damit bildet der Integrierer genau den Grenzwertprozess nach, über den das Integral mathematisch definiert ist. Tatsächlich werden hier frequenzabhängige Dämpfung und Phasenverschiebung kombiniert. Mathematisch folgen die Beziehungen über die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} I_R &\approx -I_C \\ \frac{U_E}{R} &= -C \frac{dU_A}{dt} \\ U_A &= -\frac{1}{RC} \int U_E dt \end{aligned}$$

3.4 Differenzierer

Genau wie der Integrierer entsteht auch der Differenzierer durch eine Modifikation am invertierenden Verstärker. Diesmal wird jedoch der Widerstand R_1 durch einen Kondensator ersetzt – wobei trotzdem noch ein Widerstand

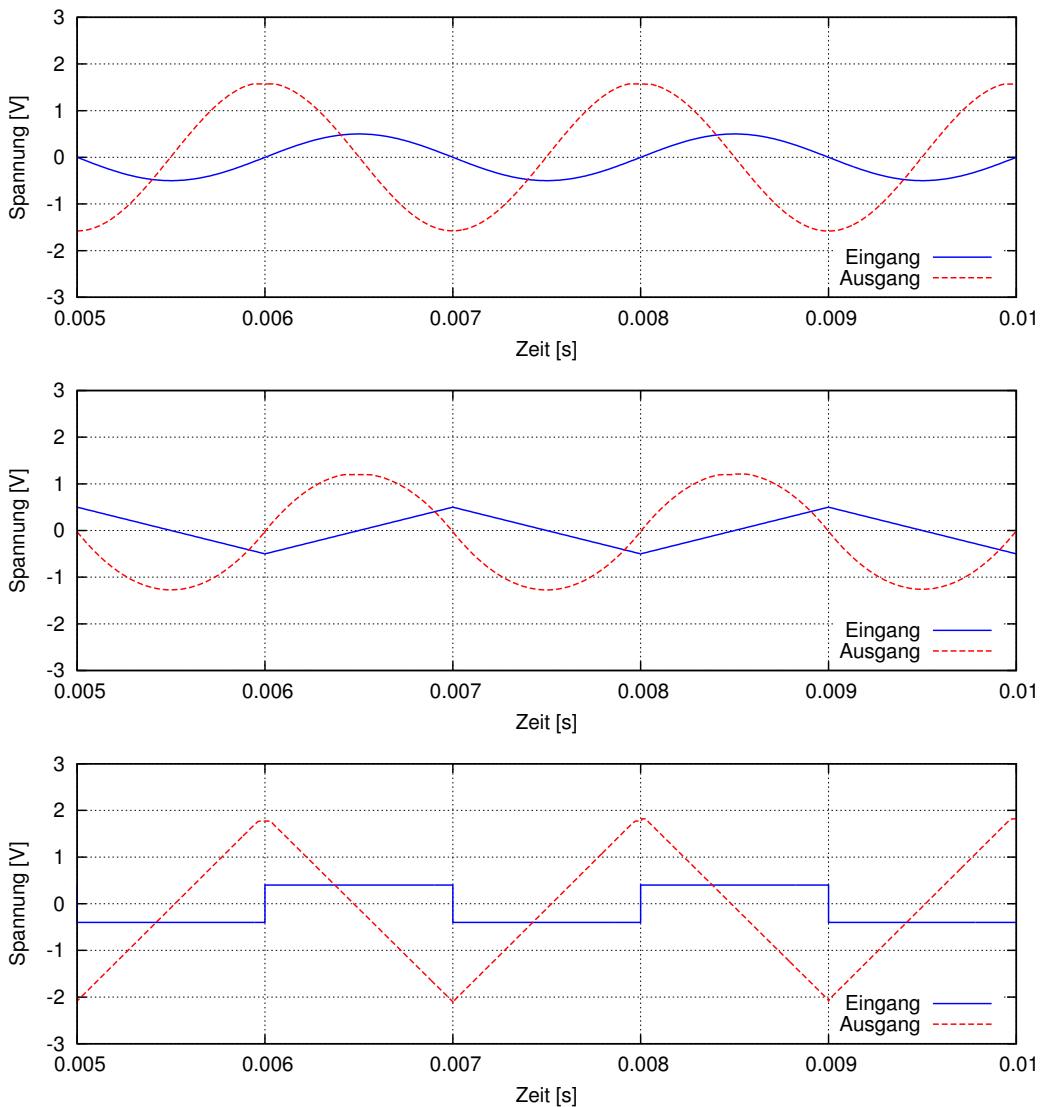


Abbildung 14: Signalmodulation verschiedener Eingangssignale durch den Integrierer

in Reihe geschaltet bleibt, um ein Schwingen zu unterdrücken. Der zusätzliche Kondensator bildet einen Hochpass, wie sich dem folgenden Bodediagramm entnehmen lässt: Die Phasenverschiebung bei kleinen Frequenzen beträgt 90° , was sich durch das Zusammenwirken des invertierenden Verstärkers mit 180° sowie des Eingangshochpasses mit 90° ergibt. Das Tiefpassverhalten resultiert weiterhin aus den technischen Spezifikationen des Operationsverstärkers, wie wir sie bereits in den ersten Aufgabenteilen betrachteten.

Sinusignal Wie dem Plot zu entnehmen transformiert der Differenzierer die Sinuskurve zu einer um 90° phasenverschobenen Sinusspannung (also einem Kosinus) gleicher Frequenz. Tatsächlich weist das Ausgangssignal genau dort Extremstellen auf, wo das Eingangssignal Nulldurchgänge ausführt. Insofern entspricht das simulierte Resultat unseren Erwartungen: Das Ausgangssignal ist die Ableitung des Eingangssignals.

Dreieckssignal Mit einer dreieckigen Eingangsspannung erhalten wir eine Art Rechtecksspannung am Ausgang. Tatsächlich besitzt diese Rechtecksspannungen jedoch deutliche Verzerrungen an den Sprungstellen. Dies liegt vor allem daran, dass aufgrund der Filterwirkung des Differenzierers (Bandpass) die hohen Frequenzen abgedämpft werden. Ferner wird die asymmetrische Verzerrung durch die zeitgleich wirkende frequenzabhängige Phasenverschiebung bewirkt.

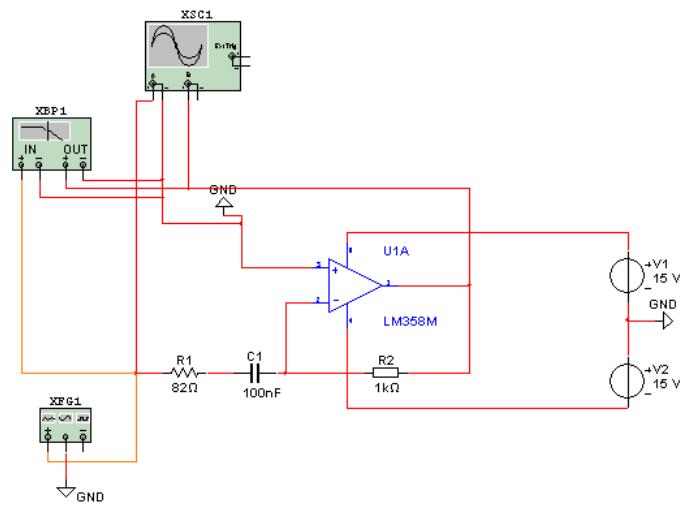


Abbildung 15: Schaltbild des Differenzierers

Rechteckssignal Mit einer rechteckigen Eingangsspannung sollten wir theoretisch eine konstant verschwindende Ausgangsspannung erhalten, wobei die Sprungstellen in der Ableitung singulär würden. Tatsächlich zeigen sich am Ausgangssignal kurzzeitige Abweichungen, wo das Eingangssignal Sprungstellen aufweist. Dies zeigt grundsätzliche Übereinstimmung mit der Theorie der Analysis: In der Distributionstheorie entspricht die Ableitung einer Sprungstelle einer sogenannten Delta-Distribution, welche über eine bestimmte Art der Grenzwertbildung für eine Funktionenfolge definiert ist. Durch die Einschränkungen, welche eine praktische Realisierung inklusive Bandfilterung mitbringt, wird das Resultat keine echte Delta-Distribution darstellen, sondern eine mehr oder minder gute Annäherung über eine so skizzierte Funktionenfolge. In unserem Fall entspricht dies genau einem kurzen Peak, dessen Flächeninhalt der skalierten Sprungdifferenz entspricht. Dies stimmt mit unserer Simulation überein.

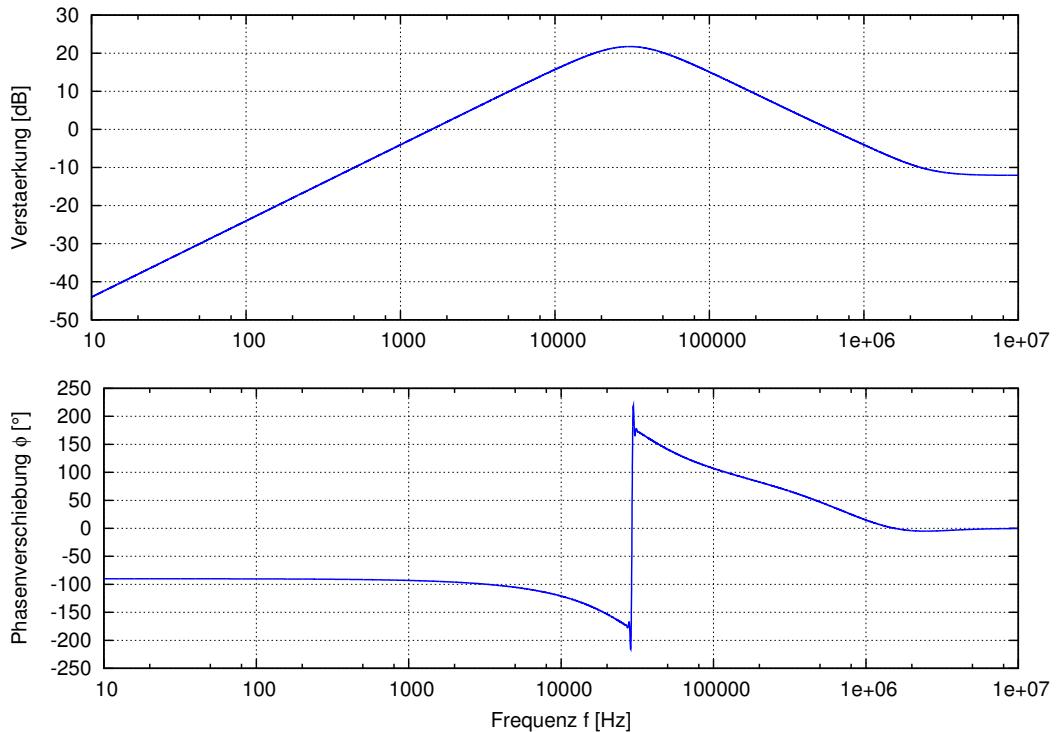


Abbildung 16: Bodeplot des Differenzierers

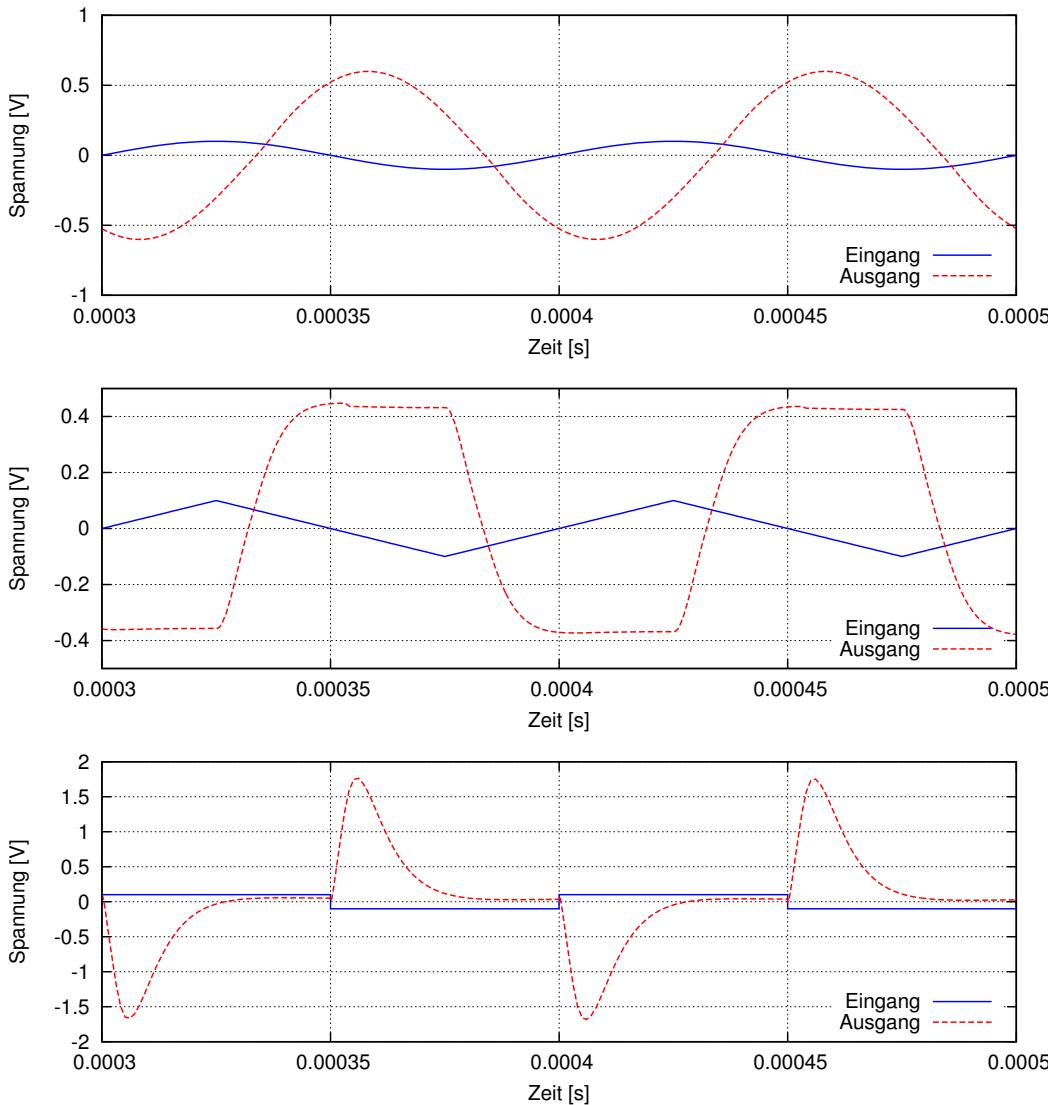


Abbildung 17: Signalmodulation verschiedener Eingangssignale durch den Differenzierer

Mathematisch finden sich dabei die folgenden Beziehungen:

$$I_R \approx -I_C$$

$$\frac{U_A}{R} = -C \frac{dU_E}{dt}$$

$$U_A = -RC \frac{dU_E}{dt}$$

Bei der praktischen Umsetzung ergab sich eine gute Übereinstimmung mit unserer Simulation. Insbesondere die Form der abgeleiteten Funktionen stimmte mit unseren obigen Überlegungen überein.

3.5 Filterkaskade

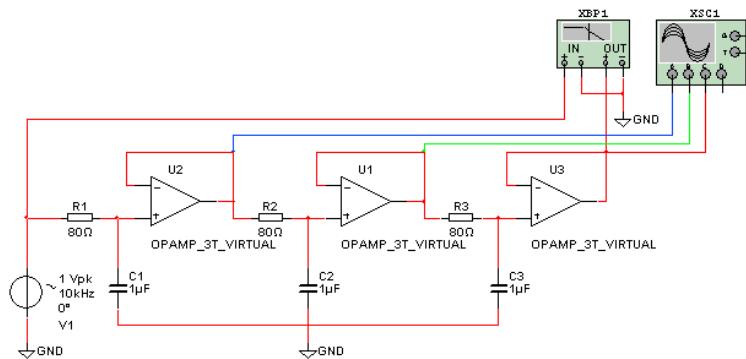


Abbildung 18: Schaltbild der Filterkaskade

Bei der Filterkaskade zeigen sich wesentliche Vorteile des Operationsverstärkers gegenüber vergleichbaren kapazitiven und induktiven Filtern ohne Operationsverstärker: Während letztere durch ihren komplexen Widerstand stets Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Gliedern zeigen, ein n-Pol-Filter nie als Summe seiner Einzelteilen untersucht werden kann, lässt sich durch Integration zahlreicher Operationsverstärker als Impedanzwandler genau diese Unabhängigkeit zwischen den RC-Gliedern herstellen. Insofern wird also ein belastbares berechenbares Zwischensignal innerhalb der Filterkaskade garantiert – und am Ausgang eines Tiefpass-Filters 3. Ordnung (welcher aus drei RC-Gliedern besteht) lässt sich tatsächlich eine Verstärkung von etwa 9dB pro Dekade messen. Bei einer Kaskade ohne zwischengeschaltete Impedanzwandler lässt sich dieses Verhalten viel schwerer und in jedem Fall mit großer Ungenauigkeit vorhersagen. Das Bodediagramm in Abb.?? zeigt anschaulich die wohldefinierten Eigenschaften einer Filterkaskade mit Impedanzwandlern.

Um bei Verwendung eines Filters mit der Grenzfrequenz 1kHz einen Abfall von 40dB bei $f = 5\text{kHz}$ zu erhalten, werden beide Wertepaare verglichen.

$$\Delta v = 20 \text{dB} n (\log(f_g) - \log(f))$$

$$\frac{40 \text{dB}}{20 \text{dB}} = n \log\left(\frac{5 \text{kHz}}{1 \text{kHz}}\right)$$

$$\iff n \approx 3.$$

Um die gewünschten Werte zu erreichen ist ein Filter dritter Ordnung vonnöten. Die Unabhängigkeit besteht dabei nicht nur zwischen den Gliedern sondern auch von der Last am Ausgang: Induktive und kapazitive Komponenten führen nicht direkt zu unvorhersehbarem Verhalten wie einer Verschiebung der Grenzfrequenz oder der Erscheinung eines Paralellschwingkreises.

Als einziger Nachteil fällt jedoch die Vermischung der unterschiedlichen Dämpfungen auf: Auf der einen Seite tritt die gewollte Schwingung durch die Komponenten der Kaskade auf, andererseits dämpfen die einzelnen Operationsverstärker selbst gemäß ihrer eigenen Charakteristik. Dieser Effekt verstärkt sich bei hohen Frequenzen, bei denen die Operationsverstärker sehr stark dämpfen und somit auch für die Flankensteilheit ins Gewicht fallen.

3.6 Komparator

Ein Komparator wird vollständig in der Übersteuerung betrieben und dient dazu zu überprüfen, welche von zwei Eingangsspannungen größer ausfällt – entsprechend wird das Ausgangssignal in voller Übersteuerung ungefähr die positive bzw. negative Versorgerspannung betragen. Folglich wird eine kleine Spannungsdifferenz am Eingang in eine Vollauslenkung am Ausgang übersetzt. Aus diesem Grund kann auf eine Frequenzgangkompensation verzichtet werden, sodass eine höhere Spannungsverstärkung und Flankensteilheit erreicht werden kann – wobei auch die Linearität aufgegeben werden kann.

Für diesen Aufgabenteil verwenden wir – wie von der Versuchsbeschreibung empfohlen – den Operationsverstärker LM339, der über einen Open-Collector-Ausang verfügt und somit den Anschluss eines Pull-Up-

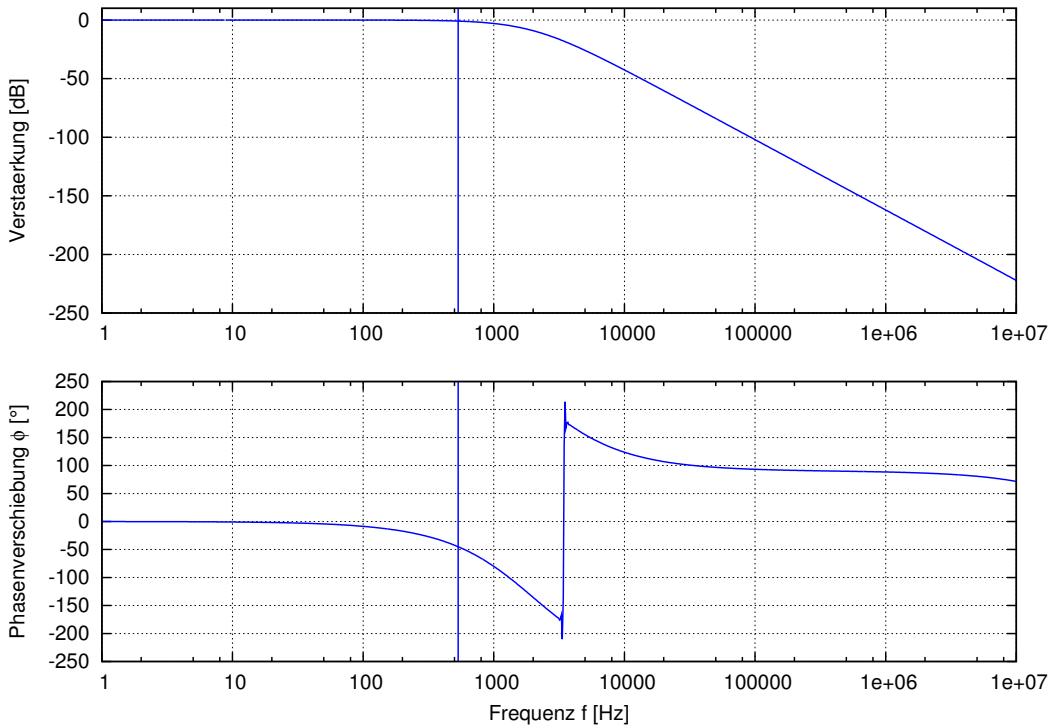


Abbildung 19: Bodeplot der Filterkaskade, die durchgezogene Markierung zeigt die Grenzfrequenz

Widerstands ermöglicht.

Bei der Schaltung finden wir Übereinstimmung mit unseren Erwartungen: Eine kleine Spannungsdifferenz am Eingang übersetzt sich in einen Vollausschlag am Ausgang. Legen wir als Eingangssignal ein Sinus-, Dreiecks- oder Rechteckssignal an, so wird das Signal am Ausgang nur durch die Frequenz bestimmt - bei allen drei Signaltypen erhalten wir ein Rechteckssignal gleicher Frequenz am Ausgang. Zu beachten bleibt schließlich noch, dass wir am Ausgang die Betriebsspannungen nicht ganz erreichen werden: Während die obere Betriebsspannung von 15 V fast getroffen wird, ergibt sich bei der unteren Betriebsspannung von -15 V eine Differenz von rund 0.6 V – ähnliches hatten wir bereits in vergangenen Aufgaben gefunden.

4 Oszillatoren

4.1 Phasenschieber-Generator

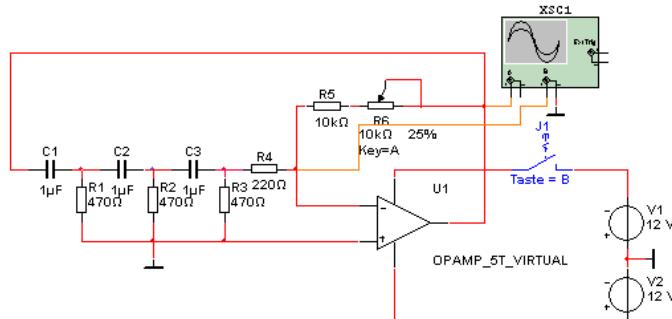


Abbildung 20: Schaltbild des RC-Generators

Der RC-Generator oder auch Phasenschiebergenerator basiert auf dem invertierenden Verstärker, der selbst bereits eine Phasenverschiebung von 180° mitbringt. Diese wird jedoch durch die enthaltenen RC-Glieder weiter erhöht, sodass er schließlich 360° Phasenverschiebung erreicht. Damit wird aus der ursprünglichen Gegenkop-

lung eine Mitkopplung. Mit ausreichender Verstärkung sorgt diese Kooplung nun – einmal angestoßen – dafür, dass das Signal immer weiter verstärkt wird.

Mithilfe eines Potentiometers lässt sich die Verstärkung jedoch so justieren, dass die erzeugte Schwingung nicht weiter übersteuert wird und ein klares Sinussignal entsteht. Tatsächlich entsteht das Sinussignal durch die rückkoppelnde Verstärkung des Eingangsräuschen, wobei durch die vorgeschalteten RC-Glieder erstens nur ein Signal mit der passenden Frequenz die Phasenverschiebung von 360° entsteht, sodass die Mitkopplung gelingt, und weiterhin nur eben dieses schmale Frequenzband die RC-Filterstruktur ohne merkliche Abschwächung verlassen kann. Somit funktioniert der Generator also durch eine Kombination der einfachen mitgekoppelten Rauschverstärkung und gezielte Filterung einer bestimmten Frequenz, die allein maximal verstärkt wird.

Durch das Potentiometer lässt sich die Ausgangsamplitude auf einen konkreten Wert einstellen, wobei bereits minimale Abweichungen zur Übersteuerung und einem Abklingen des Signals führen.

Für unsere reale Schaltung nutzten wir der Simulation entsprechende Bauteile (siehe Abb.20).

Bei 3 RC-Gliedern muss jedes einzelne Glied für die entsprechende Frequenz auf eine Phasenverschiebung von $\phi = 60^\circ$ kommen. Damit erhalten wir als Beziehung die Gleichung:

$$f = \frac{1}{2\pi RC \tan \phi}$$

Damit folgt eine Ausgangsfrequenz von

$$f_{\text{Theorie}} = 195 \text{ Hz}.$$

Bei unserer Messung erhielten wir

$$f_{\text{Messung}} = 167 \text{ Hz}.$$

Offenbar stimmen die Werte ungefähr überein, sodass unsere Vorüberlegungen bestätigt wurden. Tatsächlich lässt sich die kleine Abweichung damit erklären, dass für den Operationsverstärker nicht allein R wirkt, sondern teilweise R_1 noch parallel hinzukommt.

Bei der praktischen Umsetzung konnten wir das Signal in Abb.21 erzeugen, wobei entsprechend mithilfe unseres Potentiometers das zunächst etwas verzerrte Sinussignal anpassten, um die gezeigte gute Form zu erhalten.

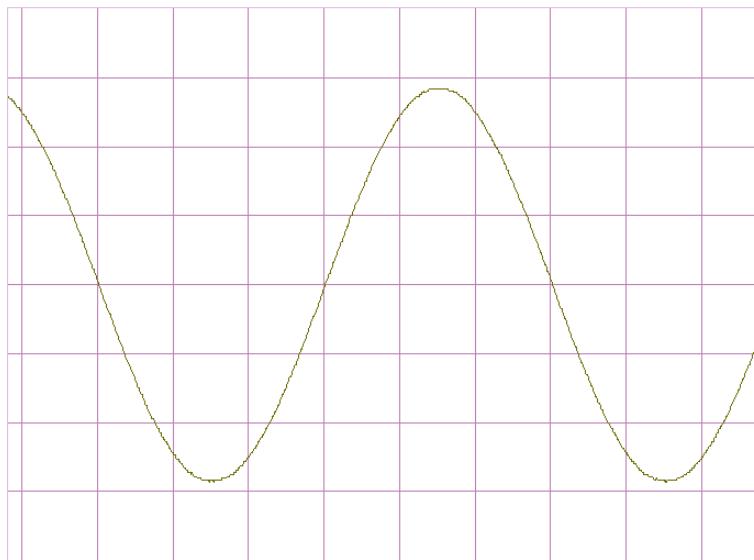


Abbildung 21: Signal am Ausgang des Phasenschiebers, Auflösung: 1.2V/DIV, 50ms/DIV

4.2 Rechteckgenerator

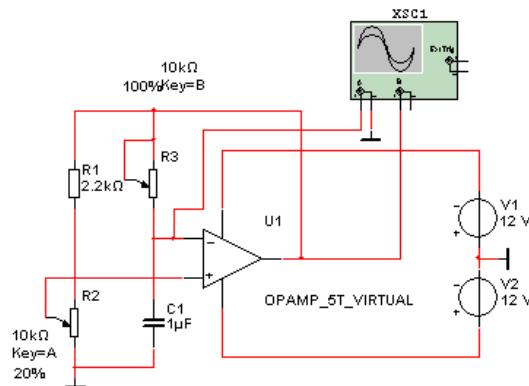


Abbildung 22: Schaltbild des Rechteckgenerators

Der Rechteckgenerator basiert auf der Schaltung eines Komparators, auf dessen Eingang ein Teil der Ausgangsspannung wieder rückgekoppelt wird. Durch den Einbau eines ohmschen Widerstands und eines Kondensators bildet sich an den beiden Eingängen ein Spannungsteiler. Eine anfängliche Spannungsdifferenz wird übersteuert und sorgt für Vollauslenkung – durch die Rückkopplung dieses Signals lädt sich der Kondensator bis zu einem kritischen Punkt, an dem die Spannung des invertierenden Eingangs diejenige am nicht-invertierenden Eingang über- oder unterschreitet (je nach Ladungsrichtung, welche sich aus dem Vorzeichen der Ausgangsspannung ergibt). Sobald dieser Punkt erreicht wird, dreht der Komparator aufgrund der geänderten Eingangsdifferenz das Vorzeichen der Ausgangsspannung um und übersteuert in die entgegengesetzte Richtung. Der Kondensator lädt sich entsprechend um und der Prozess beginnt von vorne. Damit entsteht ein Rechtecksignal, dessen Frequenz direkte Folge aus dem Ladeverhalten des Kondensators ist.

Für unsere Konstruktion verwendeten wir die folgenden Komponenten:

$$R_1 = 2.2\text{k}\Omega$$

$$R_2 = 2.2\text{k}\Omega$$

$$R_3 = 10.0\text{k}\Omega$$

In der Theorie können wir die Differentialgleichung der Kondensator-Ladekurven betrachten, deren Lösung

$$U(t) = U_0 \left(1 - A e^{\frac{t}{\tau}} \right) \text{ mit } \tau = RC \text{ und } A \text{ nach Anfangsbedingungen}$$

eine gleichmäßige Lade- und Entladevorgänge vorhersagt. Der Spannungsteiler ist so justiert, dass die kritischen Punkte gerade bei $\pm \frac{U_0}{2}$ liegen (Betriebsspannung U_0). Ist der Kondensator bei einer Ausgangsspannung von 12 V gerade auf 6 V geladen, beginnt die Umpolung am Ausgang auf -12 V, sodass die halbe Periode sich gerade aus dem Entladen und anschließendem umgekehrten Aufladen bis -6 V zusammengesetzt. Aus obiger Lösung der Ladekurven bestimmen wir $A = \frac{3U_0}{2}$, womit für die Zeitdifferenz Δt einer halben Periode die folgende Beziehung finden:

$$U(\Delta t) = -\frac{U_0}{2} = U_0 \left(1 - \frac{3U_0}{2} e^{\frac{\Delta t}{\tau}} \right) \Rightarrow \Delta t = \tau \ln 3 \Rightarrow f = \frac{1}{2RC \ln 3}$$

Wir erhalten für unsere gewählten Bauteile:

$$f_{\text{Theorie}} = 228 \text{ Hz}$$

Als Frequenz der Rechteckspannung erhalten an unserer Schaltung messen wir:

$$f_{\text{Messung}} = 222 \text{ Hz}$$

Damit stimmt unser Resultat gut mit der Theorie überein, wobei sich die geringen Abweichungen unter anderem aus der asymmetrischen Verstärkung bei der Übersteuerung ergeben könnten, welche wir bereits in den vergangenen Ausgabeteilen an unserer Schaltung feststellten.

Bei der praktischen Umsetzung konnten wir nicht nur am Ausgang das angestrebte Rechtecksignal erzeugen, sondern untersuchten darüber hinaus die Signalform am invertierenden und nicht-invertierenden Eingang. Während am invertierenden Eingang deutlich die Kondensator-Ladekurven zu erkennen sind, finden wir am nicht-invertierenden Eingang gerade schon die Rechteckspannung vor, welche durch das periodische Laden und Gegenladen in der Komparatorschaltung entsteht. Die gemessenen Signale sind in der Abb.23 dargestellt.

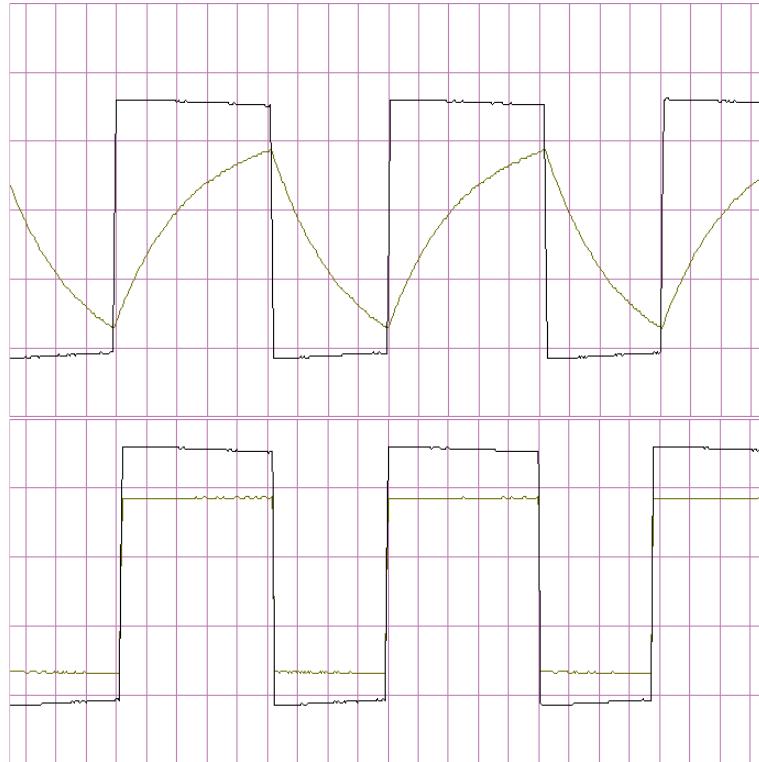


Abbildung 23: Signalverlauf des Rechteckgenerators mit $R = 2\text{k}\Omega$, oben: Signal am invertierenden Eingang und Ausgangssignal; unten: Signal am nichtinvertierenden Eingang und Ausgangssignal; Auflösung: 1.2V/DIV, 50ms/DIV