

# Mathematische Grundlagen

## Übungsblatt 12 – Lösungen

1. Mit Partialbruchzerlegung:  $\frac{5}{7} \log |t + 4| + \frac{2}{7} \log |t - 3|$

2. Fundamentallösungen einzeln:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= e^{-\frac{r}{2}t} && \text{ist klar} \\ x_2(t) &= te^{-\frac{r}{2}t} \\ \Rightarrow \dot{x}_2(t) &= \left(1 - \frac{r}{2}t\right)e^{-\frac{r}{2}t} \\ \Rightarrow \ddot{x}_2(t) &= \left(-r + \frac{r^2}{4}t\right)e^{-\frac{r}{2}t} \\ \Rightarrow \ddot{x}_2 + r\dot{x}_2 + \frac{r^2}{4}x_2 &= 0 \end{aligned}$$

3. (a)  $x_{hom}(t) = C_1 + C_2 e^{-\gamma t}$   
 $x_{part}(t) = \frac{b}{\gamma} t$

(b)  $y_{hom}(x) = C e^{ax}$   
 $y_{part}(x) = c(x) e^{ax}$   
 $c'(x) e^{ax} = \cos x$   
 $y_{part}(x) = \frac{\sin x - a \cos x}{a^2 + 1}$

(c) ♡  
 $\int dy \frac{1}{y} = - \int dx \frac{x}{a^2 - x^2} + C$   
 $\log y = \frac{1}{2} \log(a^2 - x^2) + C$   
 $y = e^C \sqrt{a^2 - x^2}$

Aufgaben mit ♡ sind für Liebhaber, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".