

# Mathematische Grundlagen

## Übungsblatt 6

Aufgaben mit ♡ sind Liebhaberstücke, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".

1. Es sei  $z = i\sqrt{3} - 3$ . Geben sie die Polarform an für

- (a)  $z$
- (b)  $z^3$
- (c)  $1/z^2$
- (d)  $\sqrt[3]{z}$

2. Es sei  $z = 1 + i \tan \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Berechnen Sie  $z^2$

- (a) direkt mit der binomischen Formel,
- (b) auf dem Umweg über die Polarform von  $z$ .

Stimmen die beiden Resultate wirklich überein?

3. Eine Gruppe von trigonometrischen Relationen drückt Summen (oder Differenzen) durch Produkte aus, z.B.

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Versuchen Sie eine Herleitung, entweder durch Rückführung auf Additionstheoreme oder direkt über die exponentielle Form.

4. ♡ Die  $\operatorname{arsinh}$ -Funktion sollte laut Konstruktion ungerade sein:

$$\operatorname{arsinh}(-x) \stackrel{?}{=} -\operatorname{arsinh} x$$

Das sieht man der Log-Darstellung

$$\operatorname{arsinh} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

aber nicht an. Wer versteht das?

5. ♡ Wo liegen die Bildpunkte von

$$z = \cosh(\alpha + i\varphi) \quad \alpha, \varphi \in \mathbb{R}$$

in der komplexen Ebene, wenn man  $\alpha > 0$  festhält und  $\varphi \in [0, 2\pi]$  variiert?