

Mathematische Grundlagen

Übungsblatt 8

1. Welche der folgenden Reihen sind konvergent:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k}{k^2}$

(b) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log k}$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

(d) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sqrt{1+k^2}}{2^k}$

2. Wie lauten die Ableitungen von:

(a) $y = \sqrt[3]{x}(1+x^2)$

(b) $y = \sin^2(3x)$

(c) $y = \sqrt{1+\cos^2 x}$

3. Berechnen Sie mit der Quotientenregel die Ableitungen von

(a) $f(x) = \tan x$

(b) $f(x) = \tanh x$

4. ♡ Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \log k}$$

divergiert, ähnlich wie die harmonische Reihe.

Lässt sich die Konvergenz retten, wenn man $\log k \rightarrow (\log k)^\alpha$ ersetzt mit $\alpha > 1$?

Aufgaben mit ♡ sind Liebhäberstücke, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".