

Mathematische Grundlagen

Übungsblatt 10

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale über eine Partialbruchzerlegung des Integranden:

(a) $\int dx \frac{1}{(x+4)(x+5)}$

(b) $\int dx \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x}$

(c) $\int dx \frac{x+1}{x^2-6x+9}$

2. (a) Warum ist $\int_0^1 dx \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$ ein uneigentliches Integral?

(b) Argumentieren Sie, dass es konvergiert.

(c) Berechnen Sie seinen Wert, indem sie es durch eine geeignete Substitution auf eine der Stammfunktionen aus unserer Ableitungsliste zurückführen.

3. Gehen Sie von den bekannten Potenzreihenentwicklungen für $\sin \varphi$ und $\cos \varphi$ aus und finden Sie damit

(a) die Entwicklung von $\frac{1}{\cos \varphi}$ bis einschließlich $\mathcal{O}(\varphi^4)$;

(b) die Entwicklung von $\tan \varphi = \sin \varphi \frac{1}{\cos \varphi}$ bis einschließlich $\mathcal{O}(\varphi^5)$.

4. ♡ Berechnen Sie mit Hilfe der Partialbruch-Zerlegung (im Komplexen) das unbestimmte Integral, an dem Leibniz gescheitert ist:

$$\int dx \frac{1}{x^4+4}$$

Aufgaben mit ♡ sind für Liebhaber, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".