

# Mathematische Grundlagen

## Übungsblatt 11

1. Wiederholung: Berechnen Sie  $\int_0^{\pi/3} d\phi \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 + \cos \phi}}$

2. Entwickeln Sie

(a)  $\log \cos x$  um  $x = 0$  bis zur Ordnung  $x^4$

(b)  $\frac{1 + x^2}{1 + \sin^2 x}$  um  $x = 0$  bis zur Ordnung  $x^4$

(c)  $\arctan \frac{x}{\sqrt{1-x}}$  um  $x = 0$  bis zur Ordnung  $x^3$

3. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{[\log(1+x)](1 - \cos x)}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{(1 - x^2)}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} [\log(1 + x^2) - 2 \log(1 + 3x)]$

4. ♡ Die folgende Funktion "erzeugt" die **Bernoulli-Zahlen**  $B_n$ :

$$\frac{t}{e^t - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{t^n}{n!}$$

(a) Berechnen Sie  $B_n, n = 0..3$ .

(b) Zeigen Sie, dass  $B_n = 0$  für alle *ungeraden*  $n \geq 3$ .

Hinweis: Es spielt eine Rolle, dass  $\coth \frac{t}{2} = \frac{e^t + 1}{e^t - 1}$  eine *ungerade* Funktion ist.

Aufgaben mit ♡ sind für Liebhaber, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".